

Persepsjon og læring av matematikk

En test av kunnskaper i matematikk hos norske tiende-
klassinger, med spesiell fokus på:

- Jenters og gutters prestasjoner
- Elevers romforståelse
- Elever som driver med tegning/forming
- Elever som driver med snowboard/skateboard



En analyse av flervalgsoppgaver i matematikk fra TIMSS og TIMSS-Repeat

Hovedfagsoppgave i realfagsdidaktikk

av

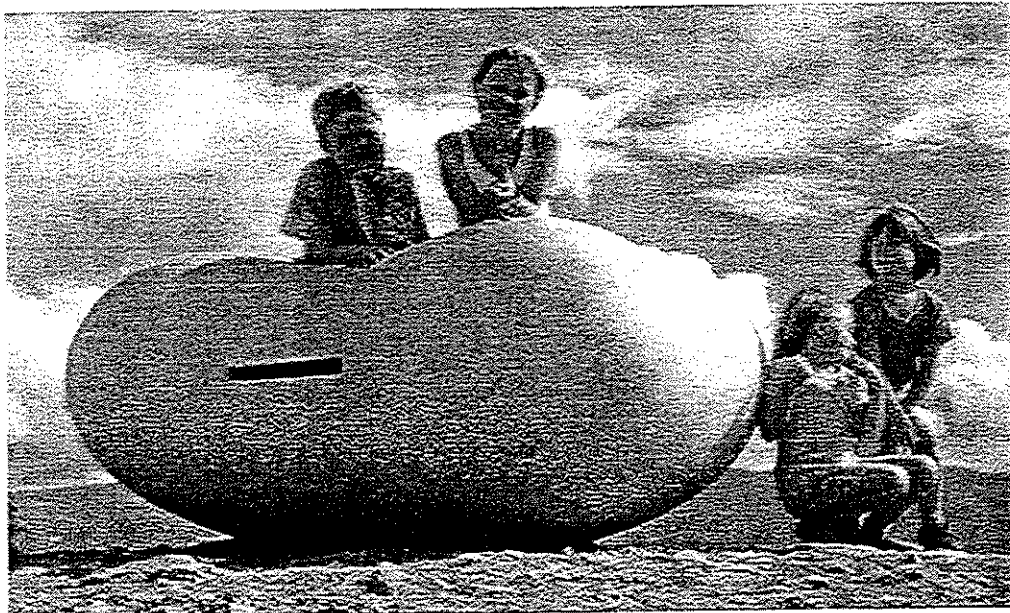
Anne Fyhn

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet og
Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling
Universitetet i Oslo, september 2000

Geometri

Geometri er å begripe rommet.... det rommet som barnet lever, puster og beveger seg i. Det rommet som barnet må lære å kjenne, undersøke og erobre for å bli i stand til å leve, puste og bevege seg bedre i det.

(Hans Freudenthal, gjengitt side 420 i Grouws (red.), 1992)



(foto: G.Harbitz 1999)

Steinskulptur av Gunn Harbitz, plassert utenfor Storelva skole på Kvaløya i Tromsø.

FORORD

Dette er min hovedfagsoppgave i matematikdidaktikk ved Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling (ILS) og Det matematisk naturvitenskapelige fakultet ved Universitetet i Oslo.

Jeg har bodd og jobbet i Tromsø samtidig som jeg har vært student i Oslo. Til tider har det vært slitsomt, men det har også vært både spennende og faglig stimulerende. Elevene i klassene 9D fra våren 2000 og 10F fra våren 1998 ved Kvaløysletta Ungdomsskole har gitt meg mange spennende impulser i løpet av denne tiden. Likeså de elevene som jeg har hatt støttetimer med i matematikk. Takket være elevene har mye av min nyervervede teoretiske kunnskap fortløpende blitt satt inn i meningsfylte sammenhenger. Når egen erfaring og teoretisk påfyll kontinuerlig supplerer hverandre, lærer jeg best. Dette samsvarer med en av mine tolkinger av filosofen Norwood Russel Hansons budskap. Hans artikkel "Observation" har en sentral plass i denne oppgaven. Filosofistudent Anne Guri Weiberg Aurdal anbefalte meg kurset der jeg ble introdusert for Russel Hanson.

På forhånd hadde jeg ikke trodd at så mange mennesker skulle være så positivt innstilt til det jeg holdt på med. Utrolig mange har bidratt med støtte og oppmuntring underveis. Gode venner og venninner med faglig tilhørighet innenfor ulike fagområder, har bidratt med mer enn én tankevekker. Gode venninner i Oslo har huset meg når jeg har vært sørpå, takk til Ellen Os, Christina Skalegård og Wenche Solberg.

Mine foreldre, Aud og Knut Fyhn, fortjener en spesiell takk. Uten støtte fra dem hadde jeg måttet utsette anskaffelsen av egen pc. Min mor leste gjennom hele oppgaven på et tidlig stadium og kom med konstruktive tilbakemeldinger. Hun leste også korrektur da jeg holdt på med innspurten.

Journalist Arne Eriksen har lest korrektur flere ganger. Han stilte klargjørende spørsmål mens den ferske empiridelen av oppgaven besto av en stor og uoversiktlig klump, og mens jeg jobbet videre med oppgavens struktur.

Statistiker Edvin Bredrup leste gjennom kladden til metodekapitlet og kom med klargjørende innspill og oppmuntrende kommentarer.

Lone Jørgensen ved Høgskolen i Tromsø har hjulpet meg med statistikkprogrammet spss, og Ingrid Frenning ved samme Høgskole skaffet meg HEMIL-rapporten.

Deltagelse på Lamis sommerkurs i 1998 og 1999, konferansen "Jenter og matematikk" i mai 1999, samt Matematikkbienalen i Göteborg 2000 har vært både lærerike og inspirerende opplevelser. Deltagelsen på Biennalen i Göteborg hadde ikke vært mulig uten økonomisk støtte fra ILS.

På ILS følte jeg meg velkommen fra første dag. Marion Lunde Caspersen og Svein Lie har vært både blide, hjelpsomme og tilgjengelige, og de har svart på alle mine henvendelser. Det har jeg satt stor pris på, fordi jeg har holdt til såpass langt fra Oslo. Erik Larrinaga renskreiv TIMSS-Repeat-oppgaver for meg og ordnet med illustrasjoner. Guri Anne Nordberg har skaffet meg kopier av mer enn en artikkel.

Min veileder, Liv Sissel Grønmo, har gitt meg flere gode tips til relevant fagstoff underveis. Hennes tilbakemeldinger har medført at jeg gradvis har gjort oppgaven både klarere og mer oversiktlig, i tillegg til at jeg etter hvert har lagt størst vekt på det jeg selv mente var viktigst. Takket være henne har jeg ervervet meg en god porsjon positiv erfaring i å bli veiledet i stedet for å bli undervist, den erfaringen vil være nyttig i mitt videre pedagogiske arbeid.

Tromsø, september 2000
Anne Birgitte Fyhn

Innholdsfortegnelse

DEL A Bakgrunn og teorier

Kapittel 1 Innledning.....	1
1.1 Mitt møte med TIMSS og TIMSS-Repeat	1
1.2 Bakgrunn for valg av oppgave	1
1.2.1 Geometri.....	1
1.2.2 Kontekstens betydning	2
1.3 Valg av problemstilling.....	2
1.4 Oversikt over oppgaven.....	3
1.4.1 Inndeling av oppgaven	3
1.4.2 Appendix	4
Kapittel 2 Teorier om persepsjon, læring og geometri	5
2.1 Pythagoras	5
2.2 Observasjon, erfaring og tolking	6
2.2.1 "There is more to seeing than hits the eyeball"	6
2.2.2 <i>Se som</i> og <i>se at</i>	7
2.2.3 Observatøren er første-person	7
2.2.4 Observasjon og begrepsforståelse	8
2.2.5 Observasjon og tolking av snowboard-/skateboard-øvelser.....	8
2.2.6 Observasjon og teori.....	9
2.3 Bilde, ord og språk	10
2.3.1 Bilde og visuelt språk	10
2.3.2 Bilde og ord	11
2.3.3 Bilde og begrep	13
2.4 Begrep og forståelse	14
2.4.1 Spontane og vitenskapelige begreper	14
2.4.2 Begrep - ord - bilde	14
2.4.3 Begrep - ord - mening	15
2.4.4 Operativ og figurativ forståelse	16
2.4.5 <i>Se som</i> noe og <i>se som</i> noe annet.....	16
2.5 Nivåer av forståelse	17
2.5.1 Seks nivåer	17
2.5.2 Russel Hanson og van Hielene.....	18
2.6 Eksempler på figurativ kunnskap	19
2.6.1 Parallelogrammer	19
2.6.2 En pekebok	19
2.6.3 Ikke-rutine-problemer	20
2.7 Piaget, Vygotskij og romforståelse	20
2.7.1 Romforståelse og konstruktivisme	20
2.7.2 Den nærmeste utviklingssonen.....	21
2.8 Mikro - meso - makro - rommene	22
2.8.1 Geometri i mesorommet.....	22
2.8.2 Euklidsk og ikke-euklidsk geometri i skolen	23
2.8.3 Geometriske figurer - bilder eller begreper?	24

2.9 Romforståelse.....	24
2.9.1 Romlig visualisering og romlig orientering	25
2.9.2 Romforståelse, kjønn og fysisk trening	25
2.10 Lek, idrett og geometriforståelse.....	27
2.10.1 Erfaring og læring fra lek og trening	27
2.10.2 Egen aktivitet - kaos eller begrepslæring?	28
2.11 Fysisk aktivitet og norsk ungdom	29
2.11.1 Snowboard- og skateboard-kulturen	30
2.12 Kontekst og læring	31
2.12.1 Interaktiv og figurativ kontekst	31
2.12.2 Kontekstuell bevissthet og preferanse	32
2.13 Oppsummering	33
Kapittel 3 TIMSS og TIMSS-Repeat.....	35
3.1 TIMSS	35
3.1.1 Målsetting for TIMSS	35
3.1.2 Utvelging og utprøving av elever og oppgaver	35
3.1.3 Krav til oversetting	36
3.1.4 TIMSS-resultater	36
3.2 TIMSS-Repeat.....	38

DEL B Om undersøkelsen

Kapittel 4 Mine valg og begrunnelser.....	39
4.1 Oversettingsproblemer	39
4.2 Utvalg av oppgaver	40
4.3 Ikke-matematiske spørsmål i heftene.....	43
4.4 Utvalg av elever til testen.....	44
4.4.1 Hva jeg sammenlignet mine resultater med	45
4.5 Organisering og gjennomføring	45
4.6 Koding av besvarelsene.....	46

DEL C Resultater av undersøkelsen

Kapittel 5 Statistiske vurderinger av testen.....	47
5.1 Elevene og heftene	47
5.1.1 Elever i utvalget.....	47
5.1.2 Elevenes standpunktkarakterer.....	48
5.1.3 Tre elevgrupper	49
5.1.4 Elever fra Nord- og Sør-Norge.....	50
5.1.5 Heftene	50
5.2 Testsituasjonen	51
5.3 Antall oppgaver og antall elever	51
5.3.1 Fordeling av oppgaver på heftene	51
5.3.2 Oppgaver som var med i to hefter	52
5.3.3 Samme oppgave to ganger	52
5.3.4 Antall elever per oppgave.....	53

5.4 Korrelasjon mellom testresultater og standpunktkarakterer.....	53
5.4.1 Lg i standpunktkarakter.....	54
5.4.2 S i standpunktkarakter.....	55
5.5 TIMSS-resultater og mine funn.....	56
5.6 Konklusjoner.....	58
 Kapittel 6 Oppgaver som guttene skåret høyest på.....	60
6.1 Kjønn, standpunktkarakterer og testresultater.....	60
6.1.1 Testresultater for jenter og gutter.....	60
6.1.2 Testresultater sammenlignet med TIMSS.....	62
6.1.3 Gutteoppgaver i min test.....	63
6.2 Kjøretøyer i bevegelse.....	64
6.2.1 Prosentoppgaver med ulik kontekst.....	64
6.2.2 Omvendt proporsjonalitet i ulike kontekster.....	65
6.2.3 Guttekontekst?.....	66
6.2.4 Kontekst og hastighet.....	67
6.2.5 Kontekst der biler inngår.....	67
6.2.6 Kontekst og hastighet hos Piaget.....	68
6.3 Brøk.....	68
6.3.1 Divisjon - brøk - prosent.....	68
6.3.2 Den største eller den minste av 4 brøker.....	68
6.3.3 Finn en gitt brøkdel.....	69
6.4 Jenteoppgaver - gutteoppgaver - kontekst.....	70
 Kapittel 7 Romforståelse, kjønn og formingsaktiviteter.....	71
7.1 Definisjoner og betegnelser.....	71
7.2 Matematikk og forming.....	71
7.2.1 Standpunktkarakterer og romforståelse.....	72
7.2.2 Matematikkskåre og formingsaktiviteter.....	73
7.3 Rotasjon.....	74
7.3.1 Tredimensjonal rotasjon.....	74
7.3.2 Todimensjonal rotasjon.....	75
7.4 Mental transformasjon.....	75
7.5 Plassere deler inn i en helhet.....	76
7.5.1 Enkle puslespill?.....	77
7.6 Romforståelse, formingsaktiviteter og kjønn.....	78
7.6.1 Romforståelse og formingsaktiviteter.....	78
7.6.2 Romforståelse og kjønn.....	78
 Kapittel 8 Formingsjenter og matematikk.....	80
8.1 Jenteformingsoppgaver i testen.....	80
8.1.1 Papirark og saltkrystaller.....	81
8.2 Mønster og formingsjenter.....	81
8.2.1 Mønsterborder, formlikhet og subtraksjon.....	82

8.2.2 Mønster og sprettballer.....	82
8.2.3 Funksjonsuttrykk.....	84
8.3 Håndarbeid, klær og matematikk.....	85
8.3.1 Matematikk, mønster og strikking.....	86
8.4 Oppgaver som formingsjentene lyktes dårlig med.....	87
8.4.1 Divisjoner som ikke går opp, avrunding.....	88
8.4.2 En annen tolking.....	90
8.5 Musikk, mønster og Pythagoras.....	91
8.5.1 Musikk og testresultater.....	92
8.5.2 Elisabeth.....	93
8.5.3 Musikk, mønster og formingsjenter.....	93
Kapittel 9 Skatere og matematikkskåre.....	94
9.1 Definisjoner og avklaringer.....	94
9.2 Skatere og matematikkfaglige prestasjoner.....	94
9.2.1 Standpunkt karakterer og testskåre.....	94
9.2.2 Resultater på enkeltoppgaver.....	96
9.3 Rotasjon i planet.....	97
9.3.1 Gjenkjenne rotert objekt.....	97
9.3.2 Rotasjon i planet - fordeling av elevsvar på to oppgaver.....	100
9.4 Sprettballoppgaver.....	102
9.4.1 Skaternes skåre på sprettballoppgavene.....	103
9.5 Skrittmåling.....	105
9.5.1 Jenteskritt i skateroppgave.....	105
9.6 Oppsummering.....	106
Kapittel 10 Rotasjon, kjønn og fysisk aktivitet.....	108
10.1 Definisjoner og avklaringer.....	108
10.2 Fysisk aktivitet og kjønn.....	108
10.3 Fysisk aktivitet og matematikk.....	109
10.3.1 Matematikkskåre.....	109
10.3.2 Tredimensjonal rotasjon.....	109
10.3.3 Todimensjonal rotasjon.....	110
10.3.4 Alder.....	111
10.4 Fysisk aktivitet eller kjønn?.....	112
10.4.1 Spørsmål og svar.....	113

DEL D Oppsummering

Kapittel 11 Oppsummering og konklusjoner.....	114
11.1 Oppsummering av oppgavens teoridel.....	115
11.2 Oppsummering av oppgavens empiridel.....	116
11.2.1 Kontekst, kjønn og matematikkoppgaver.....	116
11.2.2 Formingsaktiviteter, kjønn og romforståelse.....	118
11.2.3 Formingsjenter og mønsterkunnskap.....	119
11.2.4 Skatere og matematikkforståelse.....	121
11.2.5 Fysisk aktivitet og rotasjonsforståelse.....	123
11.3 Sluttord.....	123

Referanser:.....	126
------------------	-----

Appendix

Vedlegg nummer 1 Skriftlig forespørsel til skolene

Vedlegg nummer 2 Svarslipp til skolene

Vedlegg nummer 3 Brev fra Tromsø kommune

Vedlegg nummer 4 Brev fra Porsanger kommune

Vedlegg nummer 5 Brev fra Kvaløysletta skole

Vedlegg nummer 6 Oversikt over skoler som deltok

Vedlegg nummer 7 Manual for utprøving av oppgaver til TIMSS-Repeat

Vedlegg nummer 8 Elevliste for føring av standpunktkarakterer

Vedlegg nummer 9 Testskjema for læreren

Vedlegg nummer 10 Oppgaver fra TIMSS som var med i min test

● Del A

Bakgrunn og teorier



Kapittel 1 Innledning

1.1 Mitt møte med TIMSS og TIMSS-Repeat

I 1995 deltok Norge i TIMSS (Third International Mathematics and Science Study), en stor internasjonal studie av matematikk og naturfag i skolen. Oppfølgingsstudiet, TIMSS-Repeat, ble gjennomført i 1998 og 1999. Resultatene fra TIMSS-Repeat ventes å foreligge innen våren 2001. Da jeg startet på hovedfagstudiet, var det avgjort at Norge ikke skulle delta i TIMSS-Repeat. Det ble ikke bevilget penger. Resultater fra 13-åringene (populasjon 2) i TIMSS forelå som fersk bok, "Hva i all verden skjer i realfagene?" skrevet av Svein Lie, Marit Kjærnsli og Gard Brekke. Oppgavene til TIMSS-Repeat forelå på engelsk, men ikke på norsk. Dette var situasjonen da jeg ankom ILS og ble tatt opp som hovedfagsstudent. På det tidspunktet hadde jeg 10 års erfaring som matematikklærer i ungdomsskolen.

Jeg ble forespurt om å oversette matematikkoppgavene fra TIMSS-Repeat for populasjon 2 (13-åringer) til norsk, og det sa jeg ja til. Blant de oversatte oppgavene ville jeg i neste omgang stå fritt til selv å velge ut et knippe oppgaver til testing på norske elever. Matematikkoppgavene i TIMSS-Repeat var utformet på bakgrunn av oppgavene i TIMSS. Til hver TIMSS-oppgave hørte det en eller to TIMSS-Repeat oppgaver: Det matematiske innholdet var noenlunde likt, men kunne ha ulik vanskelighetsgrad. Konteksten varierte. Dette virket spennende.

1.2 Bakgrunn for valg av oppgave

Jeg liker selv å drive på med variert friluftsliv, og matematikken er for meg et viktig redskap for å utvikle forståelse for det jeg gjør. Først i voksen alder begynte jeg å dra nytte av matematikken bevisst til dette formålet. Det begynte med at jeg lærte at isskruer ikke skulle skrues inn i 90° vinkel på underlaget. Jeg begynte å tenke matematikk på en ny måte. Når jeg er på tur og fotograferer, bruker jeg geometri til å vurdere motivenes plassering.

På slutten av forrige årtusen var snowboard og skateboard på full fart inn i den norske ungdomskulturen. Aktiviteten tiltalte meg, og gjør det fortsatt. Jeg tenkte meg at bruk av skateboard og snowboard kunne korrelere med noen former for matematisk kompetanse.

1.2.1 Geometri

Opp gjennom årene hadde jeg mer enn en gang møtt påstanden "Jenter har dårligere romforståelse enn gutter". Jeg er tilhenger av å se nærmere på denne typen påstander. Her hadde jeg muligheten til det. Mange jenter driver med tegning- og formingsaktiviteter. Jeg hadde en idé om at disse jentene hadde bedre romforståelse enn gjennomsnittet av øvrige elever. Geometri er et sentralt emne innenfor matematikkfaget. Norske elever gjorde det dårlig i geometri totalt sett på TIMSS. Det var innenfor emnet geometri at jeg mest sannsynlig ville finne eventuelle ulikheter i skåre mellom ungdom som bruker skateboard/snowboard og øvrig ungdom. Oppgaver som omhandler romforståelse, kategoriseres som geometri. Lie m.fl. skriver:

Gjennomsnittsskåren på alle 23 geometrioppgavene i TIMSS er 47% for norske elever, mens det internasjonale gjennomsnittet er 53%. Tilsvarende tall fra Tsjekkia, Singapore og Litauen er henholdsvis 62%, 70% og 46%.

Det er større variasjon mellom landene i geometri enn i noen av de andre områdene. Oppgavene krever at elevene kan visualisere geometriske figurer og at de kan vise sine oppfatninger av egenskaper til forskjellige figurer. (Lie, Kjærnsli & Brekke, 1997, s53)

1.2.2 Kontekstens betydning

Som matematikklærer har jeg erfart at elevene ofte reagerer positivt hvis matematikkoppgavene omhandler noe som angår dem. Noe av det mest mislykkete jeg har gjort som matematikklærer, var å gi en klasse i oppgave å regne ut prisen på nye gardiner til klasserommet sitt. Målet med oppgaven var å sende en søknad til kommunen om få kjøpt inn stoff til nye gardiner. Jeg fikk kommentarer av typen "Det der er jo en helt syk oppgave" og "Det der kan heller mamma gjøre". Jeg trodde dette var meningsfullt for elevene, fordi klasserommet deres angikk dem. Syng av gardiner er imidlertid en type arbeid som hører hjemme i voksenverdenen. I tillegg er det svært ofte slik at tradisjonelt kvinnearbeid er lavstatusarbeid.

En av mine elever sa en gang at han ikke ville bli voksen. Jeg spurte hvorfor og da svarte han: "Tenk deg noe så kjedelig som å sitte der hele ettermiddagen i masse timer uten å gjøre annet enn å drikke kaffe og lese avisa!" Jeg tror ikke ungdomsskoleelever vanligvis drømmer seg selv inn i voksenrollen. De fleste har nok med egen pubertet og det å være ungdom.

1.3 Valg av problemstilling

I løpet av sykepleierutdanninga lærte jeg å sette fokus på *hele* mennesket. Dersom fragmenter av et individ vurderes isolert, er risikoen stor for at man får feil bilde av personen og mister verdifull informasjon. Skoleelever eksisterer 24 timer i døgnet, sju dager i uka, mens matematikkundervisninga kun foregår i tre - fire timer per uke. Hele samfunnet er gjennomsyret av matematikk, mesteparten er ikke synlig. Dette var noe av bakgrunnen for at jeg ønsket å se etter sammenhenger mellom elevenes erfaringer fra egne aktiviteter utenom skoletiden og deres romforståelse/ matematikkforståelse.

Våren 1999 fulgte jeg et kurs i vitenskapsfilosofi ved Universitetet i Tromsø. Da var jeg nesten ferdig med å kode resultatene mine. På det tidspunktet var jeg overbevist om at mye av nøkkelen til å lære geometri lå i den visuelle læringen, "visuell erfaring" har jeg i denne oppgaven definert som "erfaring som i hovedsak baserer seg på synsinntrykk". På noen av de første forelesningene fikk vi gjennomgått Norwood Russel Hansons artikkel "Observation" fra *Patterns of Discovery* (Hanson, 1958). Russel Hanson representerte for meg en ny måte å se verden og geometrien på. Han forklarer også hvorfor erfaringslæring må støttes av teori for at elevens kunnskap skal nå et høyere nivå. Denne artikkelen gjorde sterkt inntrykk på meg, og den har fått en sentral plass i oppgaven min.

Jeg valgte å se nærmere på følgende spørsmål:

1. Fører endringer i kontekst i matematikkoppgaver til endring i frekvens av riktige og gale svar hos jenter og gutter?
2. Har elever som driver med formingsaktiviteter, bedre romforståelse enn elever som ikke driver med slike aktiviteter?
3. Har jenter og gutter like god romforståelse?
4. Har elever som driver aktivt med snowboard og/eller skateboard, bedre forståelse av rotasjon enn elever som ikke driver med disse aktivitetene?

I kjølvannet av disse spørsmålene dukket det opp nye spørsmål. To spørsmål har jeg valgt å gå nærmere inn på.

5. Fins det fellestrekk ved oppgaver som jenter som driver med tegning og forming, lykkes med?
6. Har elever som driver med fysiske fritidsaktiviteter, bedre forståelse av rotasjon enn elever som ikke driver med slike aktiviteter?

1.4 Oversikt over oppgaven

Jeg har oversatt matematikkdelen av TIMSS-Repeat for populasjon 2, trettenåringer, til norsk. Jeg valgte ut noen oppgaver fra matematikkdelen i TIMSS og TIMSS-Repeat. Oppgavene ble testet på mer enn 600 norske tiendeklassinger høsten 1998, dette var siste årskull som fulgte M-87. Med L-97 kom det nye klassebetegnelser. For å unngå misforståelser har jeg valgt å konsekvent bruke de nye klassebetegnelsene i hele denne oppgaven. Dette innebærer at 6. og 7. klasse fra før reformen omtales som 7. og 8. klasse. Samtlige sitater er korrekt gjengitt, og i tilknytning til et sitat fra Lie, Kjærnsli & Brekke (1997) i kapittel 5.1.4 har jeg føyd til en anmerkning angående klassetrinnsbetegnelsene. I tillegg til matematikktesten ble elevene også stilt spørsmål om deltagelse i ulike fritidsaktiviteter og spørsmål om hvilket kjønn de var.

1.4.1 Inndeling av oppgaven

Oppgaven er delt i fire deler:

- Del A** Bakgrunn og teorier
I kapittel 1 redegjør jeg for bakgrunn for oppgaven.
Kapittel 2 inneholder teorier, hovedsaklig om persepsjon, læring, kontekst og geometri. Jeg gir også plass for egne tanker i forhold til problemstilling og teori.
Snowboard- og skateboardkulturen er presentert i kapitlene 2.2.5, 2.10.1 og 2.11.1.
Romforståelse har jeg redegjort for i kapittel 2.9.
Kapittel 3 omhandler TIMSS og TIMSS-Repeat.
- Del B** Om undersøkelsen
Kapittel 4 beskriver mitt utvalg av oppgaver, sammensetning av hefter og utvalg av elever, med begrunnelser for de valg jeg har tatt.
- Del C** Resultater av undersøkelsen
Kapittel 5 inneholder statistiske vurderinger av testen.
Kapittel 6 inneholder oppgaver som guttene skåret høyest på. Jeg analyserer resultatene i relasjon til kontekst og matematisk innhold.
Kapittel 7 handler om romforståelse hos jenter og gutter samt hos elever som driver med tegning eller formingsaktiviteter på fritiden.
Kapittel 8 omhandler resultatene til de jentene som driver med tegning eller forming på fritiden. Jeg analyserer resultatene på de oppgavene der disse jentenes skåre avviker fra øvrige elevers. Sist i kapitlet skriver jeg kort om resultater fra de elevene som spiller et musikkinstrument på fritiden.
Kapittel 9 inneholder analyser av skaternes skåre på oppgavene i testen.
Kapittel 10 inneholder analyser av testskåre for de fysisk aktive elevene.
- Del D** Oppsummering
I kapittel 11 oppsummeres de viktigste funnene jeg gjorde i undersøkelsen. Jeg vurderer funnene i relasjon til teorier og tanker som jeg la frem tidligere i oppgaven. I tillegg redegjør jeg for egne konklusjoner, og jeg reiser noen nye spørsmål.

1.4.2 Appendix

Vedlegg nummer 1 - 5 i appendix inneholder skriftlige forespørsler til skolene i forkant av testen, skriftlig tillatelse med betingelser fra 2 skoler og et skriv om reservasjonsrett fra en av skolene til foreldrene.

Vedlegg nummer 6 er en skriftlig oversikt over skolene som deltok.

Vedlegg nummer 7 - 9 inneholder skriv til deltakende klassenes matematikklærere. Først manualen med retningslinjer for gjennomføring av testen, deretter liste for føring av standpunkt karakterer og et testskjema som læreren skulle fylle ut og returnere sammen med besvarelsene.

Vedlegg 10 inneholdt samtlige TIMSS oppgaver som var med i testen. Oppgavene fra TIMSS-Repeat forventes å bli frigitt først i 2001, derfor har jeg ikke gjengitt de oppgavene på samme vis.

Kapittel 2 Teorier om persepsjon, læring og geometri

"I vid forstand er geometri den delen av matematikken som dreier seg om å danne og bruke visuelle forestillinger" (Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen, 1996, s156).

Jeg har valgt å benytte en vitenskapsfilosofisk tilnærming til forholdet mellom teori og persepsjon. Norwood Russel Hansons artikkel "Observation" (Hanson, 1958) danner basis for kapitlet. I tillegg tar jeg for meg læringsteori fra Pierre og Dina van Hiele, Jean Piaget og Lev Vygotskij. Videre drøfter jeg læring av geometriske begreper fra et perseptuelt ståsted; på bakgrunn av elevens samlede sanseerfaring.

Da jeg startet å bearbeide mine data, gjorde jeg noen funn som fikk meg til å stoppe opp og tenke meg om. Hva ligger egentlig i ordet erfaring? Visuell erfaring og persipert erfaring? Det var en av grunnene til at jeg valgte å fordype meg i mer teori, spesielt med henblikk på geometri og begrepslæring. Romforståelse er et emne innenfor geometri, jeg redegjør for hva jeg legger i romforståelse.

Barn og ungdom har mye erfaring fra lek og fritidsaktiviteter. Fritidsaktiviteter er de store barnas form for lek. Ungdom driver med aktiviteter på fritida fordi de syns det er artig, ikke fordi de skal lære seg noe som de kan få bruk for senere, i voksenlivet. Jeg har derfor redegjort for noe teori om idrett og lek. Jeg har også presentert utdrag fra et av Janne Fauskangers skrifter om emnet matematikk og lek.

Kontekstens betydning for elevers løsning av matematiske problemer blir nærmere omtalt i dette kapitlet. Begrepene kontekstdominans og kontekstuell bevissthet blir beskrevet. En årsak til at jeg gjør rede for teori om kontekst, er at mange av oppgavene i TIMSS-Repeat har et tilstrebet likt matematisk innhold til oppgavene i TIMSS, mens konteksten er ulik.

2.1 Pythagoras

Matematikk i betydningen bevisende og deduktiv tenking, begynner med Pythagoras. Hos han er matematikken nært forbundet med mystikk. Pythagoras trodde på sjelevandring, og han grunnla en religiøs orden påvirket av orfismen. Både menn og kvinner hadde adgang på like fot. All eiendom var felles, selv vitenskapelige og matematiske oppdagelser. "Alt er tall" er en uttalelse fra Pythagoras. Tallene var evige og ikke tidsbegrensede, derfor ble de betraktet som Guds tanker. Platon (som var påvirket av Pythagoras) mente derfor at Gud var geometriker.

Pythagoras hevdet at det var tre slags mennesker her i verden, og han brukte olympiaden for å beskrive de tre menneskeklassene. Den laveste klassen var de som kom til en olympiade kun for å drive kjøp og salg. Den neste klassen var de som kom dit for å delta. Den høyeste klassen var de som kun kom dit for å se på. Bertrand Russell forklarer klassenes hierarki slik:

Cornford (i "From Religion to Philosophy") tolker ordet *teori* som "*lidenskapelig samfølende betraktning*". "I denne tilstand betraktes tilskueren som ett med den lidende guddom, dør hans død, og gjenoppstår i hans nye fødsel". For Pythagoras var den "*lidenskapelig samfølende betraktning*" intellektuell, og munnet ut i matematisk erkjennelse. På denne måte fikk "*teori*" gjennom pythagoréerne sin moderne betydning. Men for alle som var inspirert av Pythagoras, beholdt det et element av ekstatiske åpenbaring. (Russell, 1953, s47)

Den matematiske kunnskap var presis og nøyaktig. Ingen konstruert sirkel ville noen sinne kunne være annet enn en etterligning av den ideelle sirkel. Den matematiske kunnskap var oppnådd ved tenking alene, uten å være avhengig av observasjon. Pythagoras håpet å kunne gjøre matematikken til grunnbestanddelen i estetikken. Tallet 5, summen av det kvinnelige tallet 2 og det mannlige tallet 3, ble høyt respektert. Det samme gjaldt de to geometriske figurene som er forbundet med tallet 5; pentagonet og pentagrammet. Diagonalene i pentagonet danner et

pentagram, og i sentrum av pentagrammet ser man et nytt pentagon. Overalt i pentagonet og pentagrammets konstruksjon finner vi det gylne snitt på nesten mirakuløst vis, og pentagrammet ble pythagoréernes hellige symbol. Den eneste måten å konstruere pentagrammet på, er ved hjelp av det gylne snitt.

Grekerne grunnla geometrien. Den starter med grunnsetninger, både selvinnløsende og tilsynelatende selvinnløsende. De anvender deduksjon, og utfra grunnsetningene avleder de læresetninger som er alt annet enn selvinnløsende. Pythagoréerne mente de kunne gjøre oppdagelser om den virkelige verden ved først å merke seg det som var selvinnløsende og deretter anvende deduksjon. Norske skoleelever oppdager mye geometrisk kunnskap på dette viset.

2.2 Observasjon, erfaring og tolking

2.2.1 "There is more to seeing than hits the eyeball"

Russel Hanson (Hanson, 1958) benytter følgende modell: To vitenskapsfolk gjør observasjoner utfra de samme visuelle data: A og B gjør samme observasjon, men de tolker det de ser forskjellig. De kommer ikke frem til de samme vitenskapelige bevisene. Russel Hanson tenkte seg eksempelet med Tycho Brahe og Johannes Kepler som sammen sitter og ser på soloppgangen. Brahe var overbevist om at solen kretset rundt jorda, og at de øvrige planetene kretset rundt sola. Han var overbevist på grunn av sine utallige observasjoner. Kepler hadde jobbet videre med Brahes innsamlete materiale, og han var overbevist om at jorda gikk rundt sola.

Russel Hanson reiser spørsmålet *Ser de det samme ved soloppgang?* Rent fysisk ser de det samme. De betrakter det samme visuelle objektet. De samme lysstrålene treffer begge øyne. De samme fysiske og kjemiske prosessene finner sted i begge kroppene. Hvis de skulle tegnet det de så, ville de trolig laget like tegninger.

Ser de at det samme finner sted? Brahe ser at sola beveger seg og står opp. Kepler ser at jorda beveger seg - kloden begynner å vende den andre siden mot sola. Begge ser at det begynner å bli lyst. De ser på det samme visuelle objektet. Fordi de har ulik faglig overbevisning, tolker de det de ser på forskjellig vis. Observasjonsutsagn er teoriladete, og av den grunn vil de også være feilbarlige i den grad de baserer seg på teorier.

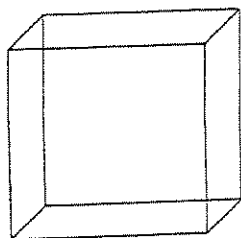
Hvis det er et felles moment av observasjon, og det finnes en felles vei for å se det likt, så er muligheten for objektivitet til stede. I tilfellet her med Brahe og Kepler er ikke muligheten for objektivitet tilstede.

Russel Hanson innfører to begreper: **The Formula.** Å se, pluss umiddelbar tolking. Tolkning defineres som en *intellektuell* prosess. Dette innebærer mer enn en beskrivelse. Dessuten koordinerer vi syn og hørsel. Dette kan jeg illustrere ved hjelp av følgende eksempel: En tromsøværing er i Telegrafbukta en godværsdag om sommeren og ser at det er blankstilla på sjøen. Sjøen er blå og fin, tilsynelatende en utmerket dag for å ro en tur til Grindøya. En annen tromsøværing med kjennskap til at godværet ofte er på søraustlige værtyper, vil først vurdere blåfargen på utløpet av Balsfjorden. Hvis blåfargen der er mørkere, betyr det søraustlig vind, kanskje frisk bris eller mer. Sørausten er lumsk på Sandnessundet, og dette ser ut til å være en tvilsom dag for en tur til Grindøya i robåt. *Å tolke er å tenke, å gjøre noe.*

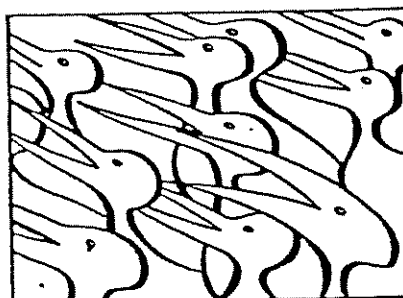
The Principle. I én betydning ser to observatører det samme, i en annen betydning ser de forskjellige ting. Boksen i figur 2.1 skifter mellom å være en boks sett ovenfra og en boks sett

nedenfra. Hva har forandret seg når man skifter fra å se noe som "noe" til "noe annet"? Organiseringen av "det sette" har forandret seg. Det å organisere "det sette" er avhengig av kontekst. Personer som aldri har sett antiloper, men kun fugler; de vil ikke kunne se en antilope i figur 2.2. *Å se er en erfaringstilstand.*

Først registreres observasjonene våre, deretter finner hjernen ut hva slags kunnskap vi har om dem. På dette viset samarbeider hjernen og øyet. Vitenskapelige oppdagelser har typisk dobbeltkarakter: Å se det samme forskjellig (på en ny måte).



Figur 2.1.



Figur 2.2.

2.2.2 Se som og se at

Vi kan se figur 2.1 *som* en kakaopakke, *som* en sukkerbit eller *som* en kubus. Kunnskap innebærer å kunne si hva en kubus betegner; å erverve forståelse for generelle begreper. Et lite barn vil se figur 2.1 som noen streker på et papir. Barnet vil ikke kunne se figuren som en kakaopakke eller en sukkerbit, langt mindre som en kubus. Det "å se" er i første omgang en gjenkjenning av objekter. Men: Det er mer enn som så. Det en måte å se objektene på, å se at hvis x skjer så vil y følge. Filosofen Wisdom sa: "Every perception involves an aetiology and a prognosis."

Vi mennesker har ikke noe visuelt språk. Derfor bruker vi ordene å *se som* og å *se at* for å verbalisere våre visuelle inntrykk. Vår visuelle bevissthet er bygd opp av bilder, mens vår vitenskapelige bevissthet er verbal. At et fenomen har mening betyr at beskrivelser av fenomenet kan bygges opp av meningsfulle setninger. Brua mellom verbalt språk og visuelle bilder består av å *se at*. Kun ved å vise hvordan ord og bilder er ulike, kan man foreslå *se at* som brobygger mellom dem. De må bringes sammen hvis observasjoner skal være betydningsfulle og bemerkelsesverdige. Speilbilder, bilder og kart kopierer originaler mer eller mindre presist. En tegning ligner mindre på originalen enn et fotografi vil gjøre, men selv den beste verbale beskrivelse vil ligne enda mindre. Setninger viser ikke *at* sola står opp. Setninger slår fast at sola står opp ved å referere til sola og deretter å beskrive hvordan den står opp på himmelen. "Forskjellene mellom referanse og representasjon, mellom karakteristikk og arrangement - de utgjør forskjellene på bruk av hhv. språk og bilder" (Hanson, 1958, s28, min oversettelse).

2.2.3 Observatøren er første-person

Russel Hanson tar utgangspunkt i at den som ser, "jeg-personen", er første-person. Forskeren er også første-person. De almene begrepene som benyttes for å si noe om "hva man ser", kommer ikke innenfra første-personen, men utenfra fra andre-person eller tredje-person. De almene begrepene representerer en utenfra-forståelse. Med utgangspunkt i at første-person er den som observerer, må alle *observasjoner* være teoriladete. Russel Hanson innførte begrepet teoriladethet, og han mente at teoriladethet er en forutsetning for objektiv kunnskap.

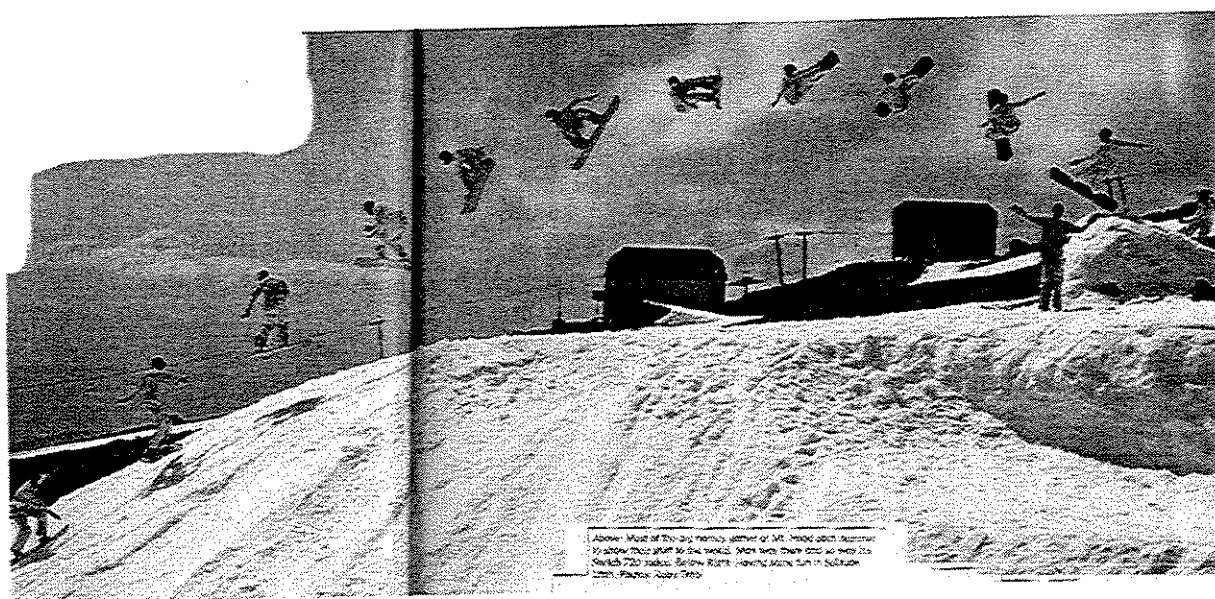
2.2.4 Observasjon og begrepsforståelse

"Sett" i lys av Norwood Russel Hanson.

Når et barn skal erverve seg geometrisk kunnskap, er barnet i utgangspunktet visuelt. Barnet starter med å gjenkjenne figurer, på samme vis som når barnet skal lære seg navn på ting. Vi voksne og større barn forholder oss til den kjente konteksten, vi er grundig skolerte i vår kulturs måte å lære ord og begreper på: Barnet ser en gjenstand, den voksne sier "bil". Barnet hermer og sier "bil". Denne leken utføres flere ganger, og barnet erfarer at det er mange gjenstander som heter "bil". Etter at barnet klarer å gjenkjenne flere av medlemmene i klassen "biler", kan barnet på eget initiativ si "bil" om en gjenstand. Barnet får premie, alle jubler: "Å, så flink du er." Barnet har lært et ord og kan anvende det som betegnelse på enkelte gjenstander. Det er naturlig å ta utgangspunkt i barnets anskuelse, barnet ser en bil. Dette innebærer ikke at barnet har full forståelse for begrepet "bil". Begrepet "bil" forutsetter både tenking, beskrivelse og tolking, og begrepet "bil" gir kun mening når det i tillegg forbindes med observasjonen av bilen. Da er det forståelsen av begrepet begynner å komme. Barnet skal altså gjennom en lang og krevende utvikling fra det gjenkjenner en sett bil og til at det forbinder denne gjenstanden med ordet "bil".

2.2.5 Observasjon og tolking av snowboard-/skateboard-øvelser

Aktive skatere og snowboardkjørere har en del egen terminologi innenfor sin kultur. Vanlige øvelser er hundre-og-åtti, tre-seksti, fem-førti, syv-tyve og ni-hundre. Koden er: Tre-seksti betyr at brettet roterer trehundreogseksti grader i horisontalplanet. Ungdommer som tilhører disse miljøene, er fortrolig med disse tallene. De har lært seg å se om en kompis utfører fem-førti eller tre-seksti, og de skiller øvelsene fra hverandre. Hundre-og-åtti er relativt enkelt å kjenne igjen, det er kun en halv omdreining, og kjøreren lander med fremsiden av kroppen den veien som baksiden vendte før hoppet.



Figur 2.3. Syv-tyve på snowboard. Fra "Onboard" nr15, okt/nov -97.

I Extreme-games i San Diego sommeren -97, var snowboard en av øvelsene. Peter Line vant konkurransen med et hopp som kommentatoren karakteriserte som "a perfect nine hundred." Jeg har sett videoen flere ganger, spolt tilbake og sett på nytt, men er fortsatt ute av stand til å se at

han hopper to og en halv omdreining. Dessuten har jeg ikke automatisert at $900 = 360 \cdot 2,5$. Et trenet øye ser med engang om en kjører utfører syv-tyve eller ni-hundre. På spørsmål om hvordan det går an å se forskjell, er standardsvaret at "det ser man bare". Skaterne "ser" det fordi de studerer bildeserier og videoer som viser hvordan det hele utføres, i tillegg til at de selv trener på øvelsene. Mange av skaterungdommene vet ikke uten videre at det er 360 grader i en sirkel. Når de får høre det, kobler de fleste dette raskt sammen. I neste omgang kan de relativt enkelt ledes til å se at det er 720 grader to ganger rundt en sirkel. Figur 2.3 illustrerer syv-tyve på snowboard.

Mennesker med ulik erfaringsbakgrunn kan ha ulik tolking av samme observasjon, slik som i eksemplet med Brahe og Kepler i 2.2.1. Jeg spurte en av skaterne på skolen der jeg jobber: "Hvordan ser du forskjell på om en person hopper syv-tyve eller ni-hundre?" "Det er enkelt. Du bare teller inni deg hvor mange ganger han gjør tre-seksti", svarte han, den kule sekstenåringen som ikke bryr seg noe særlig om skolen. Det er altså "enkelt(!)" å telle at $2\frac{1}{2}$ ganger 360 blir 900 samtidig som øynene følger et objekt som roterer i stor hastighet. "Men hvordan ser du forskjellen på hundre-og-åtti og tre-seksti da", spurte jeg. "Det ser du bare". Noen nærmere forklaring kunne han ikke komme med. Kompisen som hørte på det hele, føyde til "Du ser hvordan han lander. Hvis det er hundre-og-åtti så er ryggen sånn når han lander, og hvis det er tre-seksti så lander han med ryggen andre veien." Guttene viste meg, men de var ikke helt sikre på om jeg skjønnte hvordan det skulle være.

De har lært seg å *tolke* det sette. De ser den utførte øvelsen og ser *at* kjøreren utfører syv-tyve eller *at* han utfører ni-hundre, mens jeg kun er i stand til å se *at* han hopper på (skateboard eller) snowboard og roterer. Guttene og jeg kan se det samme, men vi vil tolke det ulikt. Guttene tolker det som (tror jeg) at han roterer 2 hele ganger og begynner på den tredje rotasjonen, og lander med ryggen "andre veien". Det heter ni-hundre. Jeg er en uerfaren betrakter av snowboardhopp, har derfor dårlig organisering av det jeg ser, og tolker det som et hopp med rotasjon. Jeg har et mer eksakt geometrisk begrep enn guttene, men klarer ikke å knytte begrepet til det jeg ser. Guttene mangler det geometriske begrepet vinkel og vet ikke uten videre hva slags vinkel 360° er. Likevel vet de nøyaktig hva det er de ser.

Elevene i dagens skole lærer etter hvert å lage matematikkoppgaver selv. En av fordelene med det er at elevene kan bygge videre på sin egen kunnskap, og de kan komme med eksempler som læreren ikke har forutsetninger for å finne på. Lærerutfordringen her er å bidra til at ungdommene kan finne verdien av å se en sammenheng mellom sin kunnskap fra fritidsaktivitetene og det som foregår i geometritimene.

Se som og se at: Vi kan se figur 2.1 *som* en kakaopakke, en sukkerbit eller en kubus. Kunnskap er å kunne si hva en kubus betegner. Et lite barn ser ikke uten videre et rektangel *som* representant for ei dør eller et vindu. En skateboardkjører ser ikke uten videre 360° *som* representant for tre-seksti. Skateren som gir en *karakteristikk* av forskjellen på hoppene syv-tyve og ni-hundre, har lært seg å skille mellom *karakteristikk* og arrangement, mellom språk og bilde. Han vil neppe selv kunne fortelle at det er det han gjør, men i motsetning til meg kan han gi en *karakteristikk* av det sette. Denne *karakteristikken* kan forkorte guttens vei til en full forståelse av vinkelbegrepet. Vi mennesker mangler et visuelt språk, og Russel Hanson mener at å *se at* er brobyggeren mellom bilde og språk.

2.2.6 Observasjon og teori

I følge falsifikasjonismen må teorier oppfattes som spekulative antagelser som er lansert i forsøk på å løse problemer. Problemene henger nøye sammen med iakttagelser. Kepler og Brahe ser på soloppgangen sammen, problemet er "Hva ser de?". Hvis det ikke var noen teori knyttet til soloppgangen, ville vi sagt noe sånt som at "de ser noe gult som gradvis kommer til syne over horisonten". Uten teori, intet problem. Selve observasjonen av sola er ikke vitenskapens

utgangspunkt, - vitenskapens utgangspunkt er observasjonen i lys av en teori. "I lys av sine teorier ser Brahe at sola står opp". Falsifikasjonistene mener altså at observasjoner er teoriladet.

Om nå Kepler og Brahe bare så "noe gult som gradvis kom til syne over horisonten", så kan horisonten være feil - kanskje var det en sky. Allerede her i observasjonsutsagnet finner vi et element av teoriladethet. Falsifikasjonistene mener vitenskapen utvikler seg på følgende vis: Nye teorier og hypoteser dukker opp og er sanne inntil de falsifiseres og erstattes av nye teorier og hypoteser. *Tilhengerne av denne retningen forsøker ikke å falsifisere det perseptuelle, selve observasjonen - de går løs på observasjonsutsagnet, teorien, hypotesen.*

I følge Thomas Kuhn har to paradigmer ulike språk og de er overhodet ikke sammenlignbare; de er inkommensurable. Når vi mennesker er sosialisert inn i et paradigme, vil paradigmet bestemme hva slags teori vi har i bunnen når vi gjør våre observasjoner. I følge Kuhn lever individer innen forskjellige paradigmer til en viss grad i forskjellige verdener. Bildet med fuglene og antilopen i figur 2.2 sett fra to ulike paradigmer: Personene innenfor det ene paradigmet har ikke begreper om hva antilopen er for noe, derfor blir det meningsløst å snakke om antilopen for dem. De ser fugler. Innenfor det andre paradigmet ser folk kun antiloper. Meningsfylt kommunikasjon som omfatter alle dyrene på bildet, vil ikke kunne finne sted mellom de to paradigmene.

Norwood Russel Hanson åpner for en tredje mulighet - bildet inneholder *en* antilope og resten fugler. Han sier at når man ser at der er et dyr som ikke er en fugl, vil det føre til nye observasjoner. "Hva var det der som ikke var en fugl?" Den som ser, vil søke å organisere det sette på bedre vis. Vi kan se nærmere på det fremmede dyret, studere det fra baksiden hvis mulig. Russel Hanson lar oss se antilopen som både antilope og som fugl, han lar oss bevege oss fra den ene muligheten til det andre. Frem og tilbake, om igjen og om igjen. Dette er nødvendig for at vi skal ha muligheten til å organisere det sette på skikkelig vis. *"Paradigme-observatøren er ikke den som ser og rapporterer det alle normale observatører ser og rapporterer, men den som ser det ingen andre har sett før i lignende objekter"* (Hanson, 1958, s30, min oversettelse). Sagt på et annet vis: Vitenskapelige oppdagelser innebærer å se "det samme" på en ny måte.

Jeg oppsummerer Poppers, Kuhns og Hansons syn på følgende vis:

Karl Popper: Teorier og hypoteser blir forsøkt falsifisert. Falsifikasjonistene søker å falsifisere observasjonsutsagn. Den direkte observasjonen går det ikke an å falsifisere. Her ligger et objektivitetsproblem.

Thomas Kuhn: Teoriladethet gjør forestillingen om objektiv vitenskap problematisk. Vi blir alle sosialisert inn i et paradigme, og paradigmene styrer hva vi ser (og ikke ser).

Norwood Russel Hanson: Hvis teoriladete observasjoner ikke fins, vil objektiv vitenskap ikke kunne eksistere. Hvis det fins et moment av felles observasjon og en felles vei for å se observasjonen likt, så er muligheten for objektivitet til stede. Fordi observasjonsutsagn er teoriladete, vil de også være feilbarlige i den grad de baserer seg på teorier. Observasjon og teori forblir forskjellig. Å "se som" og å "se at" gir en realitetstilknytning som teorien mangler (kapittel 2.2.1-2.2.5). Mye av denne oppgaven omhandler romforståelse, perseptuell erfaring og geometrikompetanse (kapittel 1.3). Jeg har valgt å la Russel Hansons teori om observasjon danne basis for store deler av oppgaven.

2.3 Bilde, ord og språk

2.3.1 Bilde og visuelt språk

Billedkunstneren Yaacov Agam som er kalt den kinetiske kunstens far, har konstruert et program for visuell læring. Programmet er beregnet på små barn.

Hensikten med hans program er å skolere øyet, slik at barn kan begripe universet av former som omgir dem, finne de grunnformene som omgivelsene er satt sammen av, og være i stand til å bygge opp komplekse former utfra basiselementene. Målet er å lære dem å utvikle den visuelle hukommelsen. I tillegg skal de skal kunne bruke sin visuelle erfaring både til å gjenskape det de har sett og til å øke egen kreativitet. (Agam, 1984, s25, min oversettelse)

På samme vis som vårt verbale språk består av ord, blir ethvert objekt sett som et "visuelt ord". Ordene består av flere elementer i det "visuelle alfabetet". Et bord er et visuelt ord som er satt sammen av elementene "horisontale og vertikale linjer". En egen visuell grammatikk er også utarbeidet. Hans program består av flere moduler, og hver modul har tre stadier. Stadiene er identifikasjon, å huske/lagre/gjenkjenne, og til slutt reproduksjon. Bruken av ord er minimal. Elevene skal erfare begrepene direkte og visuelt, uten bruk av ord. Agam stiller spørsmålet om hva som er forskjellen på et menneske og et dyr. Han konkluderer med at selv den mest intelligente ape ikke er i stand til å skape noe, apene er kun i stand til å kopiere og imitere. Han mener videre at det ideelle for mennesket vil være å realisere sine kreative muligheter. Når et bilde eller skulptur kun har appell til oss fordi "det er pent å se på" kaller han det for "just a decorative work of visual communication". Mens når en kunstner derimot ved hjelp av visuell bildekraft prøver å uttrykke noe, prøver å la oss få en dypere forståelse av universet, da snakker han om sann kunst.

Agam mener vi er visuelle analfabeter. Tingene rundt oss forbinder vi med ord, og vi har lagret dem som ord i hukommelsen vår. Hvis vi prøver å se oss omkring, vil vi oppdage ting som vi ikke kan beskrive med ord. Disse tingene kan det være vanskelig å lagre i hukommelsen som visuelle bilder, slik at vi effektivt kan hente dem frem igjen. Våre hjerner kan utnyttes bedre:

- Visuell skolering blir ikke vektlagt i vårt undervisningssystem.
- Vi lærer ikke visuelt å forstå verden omkring oss.
- Vi er dårlig i stand til å beskrive verden ved hjelp av visuell terminologi.

Når vi ser på noe, ser vi objektet. Kun sjelden ser vi nærmere på strukturen til selve formen. Når vi tenker og skal uttrykke hva vi føler, så tenker vi verbalt, ord for ord.

Forskning viser at Yaacow Agam sitt program er vel verd et nærmere studium:

The program had especially dramatic effects on certain children in terms of their cognitive development and self- image. Children who tended to be introverted or nonverbal became very involved in the activities. As a consequence the program was also implemented with groups of children in special education. The special educators considered the Agam program as one of the most relevant treatment for that kind of population. (Hershkowitz, Parzys & van Dormolen, 1996, s176)

2.3.2 Bilde og ord

Fra "å kjenne igjen" - til å organisere "det sette".

Det at vi mennesker kjenner noe igjen uten å vite hva det heter, er et velkjent fenomen i flere sammenhenger. De fleste av oss har opplevd situasjonen "Å, - hva er det nå han heter, jeg har navnet på tunga". Mennesket, personen, husker vi. Problemet er navnet. Vi kan se personen for vårt indre øye, og kan beskrive personens utseende, i håp om at den vi snakker med skal skjønne hvem vi mener. Når barn skal lære seg å huske navn på ting de ser, opplever de det samme, gang på gang. Noen barn bruker til og med lang tid på å lære seg navn på ting, selv om de godt kan huske hvordan tingen ser ut. Det må de få lov til.

Slagpasienter kan få afasi - de mister deler av språket. Men de kan være helt klare i hodet ellers. Dette er en forferdelig situasjon, både for pasienten og for de pårørende. En slagpasient ønsket at svigerdatteren skulle ta med et klesplagg hjemmefra og til sykehuset. Ønsket ble fremsatt ved hjelp av gestikulering og svar på ja- og nei - spørsmål. Til slutt klarte pasienten å si

navnet på sin avdøde mann, og svigerdatteren fant plagget i hans klesskap. I slike situasjoner kan begrepsapparatet være helt i orden, men pasienten har problemer med å uttrykke seg verbalt.

Enkelte barn med lære vansker kan kjenne til ulike geometriske figurer, delvis huske navnene på figurene, men være ute av stand til å forklare med ord hvordan figurene ser ut. Vi lærere tror ofte at de har et dårlig begrepsapparat, mens de kan ha problemer med ordene. Alt barnet skal lære navnet på, kan betraktes som kombinasjoner av geometriske figurer. Fysisk aktivitet er nødvendig for at det sette skal kunne organiseres optimalt. Når barnet har lært hva en stol er, har det vært på baksiden av, under, over osv. Når førskolebarnet lærer preposisjoner, foregår det ved et samspill mellom det visuelle og det motoriske. Lek, sport, idrett og friluftsliv er med på å utvikle evnen til "å se". Når organiseringen av "det sette" er bedret, vil muligheten for en riktig tolking av "det sette" være til stede.

En god beskrivelse av overgangen mellom det "å se" og "å organisere det sette" gis av autisten van Dalen. Han skriver at hans måte å persipere på er ulik alle andres. Han tror at årsaken til autisme er av perseptuell karakter.

For eksempel ser jeg - når jeg konfronteres med en hammer - til å begynne med ikke hammeren i det hele tatt, men bare noen enkeltdeler uten noen innbyrdes sammenheng. Jeg registrerer således et kubisk stykke jern og i dets nærhet et tilfeldig stanglignende stykke tre. Etter dette blir jeg slått av den samtidige tilstedeværelsen av jern og tre, og som resulterer i en samlet persepsjon av en hammerlignende gjenstand. Assosiasjonen til "hammer" kommer ikke umiddelbart, men når bildet er blitt tilstrekkelig stabilisert over noen tid. Til slutt blir bruken av en type verktøy klar når jeg innser at den aktuelle gjenstanden, kjent som "hammer", kan benyttes til å utføre snekkerarbeid. (van Dalen, 1998, s58-59)

Mange autister har dårlig begrepsforståelse. Van Dalens beskrivelse av den tunge veien frem til å forstå begrepet hammer gir oss et innblikk i læringsprosessen. Vygotskij (kapittel 2.4.3) ville trolig sagt at for å forstå begrepet hammer, måtte van Dalen la ordet "hammer" få en mening. Meningen kom først når han så at gjenstanden "hammer" kunne benyttes til å utføre snekkerarbeid. Van Dalen skriver videre:

Det er også viktig å ikke dramatisere problemkomplekset. Selv om persepsjonsprosessen er bygd opp av et antall klart adskilte faser, er den tiden som går med til å slutføre persepsjonen, ikke mer enn deler av et sekund. (van Dalen, 1998, s59)

Når han konfronteres med en hammer, ser han til å begynne med ikke hammeren i det hele tatt. Han ser bare noen enkeltdeler uten innbyrdes sammenheng, han registrerer *"et kubisk stykke jern og i dets nærhet et tilfeldig stanglignende stykke tre"*. Etter hvert kan han bli slått av at det hele har en hammerlignende struktur. Videre skriver han at *"Jeg må arbeide meg frem til en forestilling av gjenstander ved anvendelse av en spesiell tankerekke som burde vært automatisert."* Han opplever det hele som en trinnvis forståelsesprosess med mange godkjenningsrutiner.

Det er det skrevne og sagte ord som teller, ikke det man ser rent visuelt. Vi kan se at et bilde ser feil ut, men kan vi beskrive med ord hva som er feil? Den visuelle gjenkjennelsen/ikke-gjenkjennelsen er ofte på et høyere nivå enn det vi er i stand til å verbalisere (Hanson, 1958). Samtidig med at vi jobber med å minske kløfta mellom bilde og språk, kan vi trene på å lage nye bilder av det vi ikke er i stand til å verbalisere skikkelig.

Løsning av ligninger med to ukjente blir i flere lærebøker først vist ved innsettingsmetoden, deretter ved addisjon av ligninger. I siste runde blir elevene presentert for den visuelle varianten, grafisk løsning. Våren 1999 introduserte jeg grafisk løsningsmetode først for mine 10. klassinger, fordi jeg fant det mest naturlig. Etter en relativt rask gjennomgåelse, gikk elevene løs på oppgaver. Da timen var over, spurte jeg om de syntes dette var vanskelig. Jeg fikk et flerstemt

nei, med tilføyelsen: "Men dette tar jo så lang tid - går det ikke an å gjøre dette på en raskere måte?" Og fra en vantro elev: "Går det an å løse *alle* slike oppgaver ved å tegne grafene?"

2.3.3 Bilde og begrep

Russel Hanson mener at alle observasjoner er feilbarlige. Hvis en observasjon viser seg å være feil, må den refortolkes. Observasjonen sees da på nytt: Hvis et barn ser på ei robåtåre i vann, så tror barnet at åra er brukket. Åra taes opp igjen og barnet ser at den er like hel. Barnet kan følge åra med øynene og se at den ser brukket ut hver gang den er under vann. Barnet må eie noe geometrisk kunnskap for å være i stand til å forstå hva lysbryting er. Eleven har behov for en viss mengde kunnskap om begrepene linje, stråle, vinkel og normal for å være i stand til å forstå hvordan lysbryting finner sted. Geometrisk kunnskap er ofte nødvendig for å forstå verden.

Eleven kan godt være fortrolig med begrepet normal, uten å vite hva det heter for noe. Eleven kjenner begrepet visuelt. Mange elever vet hva en lysstråle er, uten at de har lært å koble den til det geometriske begrepet stråle. Vi finner visuelt språk i det at mennesker har en viss forståelse for geometri, men er ute av stand til å bruke ord til å uttrykke kunnskapen sin.

En praktisk situasjon som den med åra i vann, kan være en god innfallsvinkel for å lære om begrepene linje, stråle, vinkel og normal - strukturering fører til bedre forståelse av begrepene. Når elevene skal lære om lysbryting i naturfagtimen, går vi lærere ofte i fella: Vi tar for gitt at disse geometriske begrepene er eid av hele klassen. Realiteten er oftest den at de fleste elevene bare har delvise begreper om hva linje, stråle, vinkel og normal egentlig står for. Til slutt pugger de i vei en masse setninger om optisk tetthet og innfallsloddet og de skjønner like lite som om de leste gammeldagse salmevers. Eneste forskjellen er at salmeversene er på rim, så de er lettere å huske utenat. Nedenstående vers av Ronald D. Laing fra boka "Knuter" (Laing, 1975, s68) illustrerer etter min mening godt hvordan mange av disse elevene føler:

Det er noe som jeg ikke vet
som jeg burde vite.
Jeg vet ikke *hva* det er jeg ikke vet,
som jeg burde vite,
og jeg føler meg dum
hvis det virker som jeg ikke vet det
og heller ikke vet *hva* det er jeg ikke vet.
Derfor later jeg som jeg vet det.
Det tar på nervene
siden jeg ikke vet hva jeg må late som jeg vet.
Derfor later jeg som jeg vet alt.

Jeg føler at du vet hva jeg burde vite
men du kan ikke fortelle meg hva det er
fordi du ikke vet at jeg ikke vet hva det er.
Det kan hende du vet hva jeg ikke vet, men ikke
at jeg ikke vet det,
og jeg kan ikke fortelle deg det. Derfor må du fortelle meg alt.

2.4 Begrep og forståelse

2.4.1 Spontane og vitenskapelige begreper

I følge Bråten (1996) behandler Lev Vygotskijs bok "Thought and language" det komplekse spørsmål hvordan en tanke eller et begrep forholder seg til sin mening og denne meningen til sine ulike verbale uttrykk. Boka ble oversatt fra russisk til engelsk i 1986. Originalens tittel er "Myshlenie i Rech", det har jeg fått vite betyr noe sånt som "Tenkning og tale/talespråk". Når vi nordmenn leser Vygotskij på engelsk kan vi først risikere at det er nyanseforskjeller mellom oversettelsen og den russiske originalteksten. Deretter kan det i oversettelsen fra engelsk til norsk komme til ytterligere nyanseforskjeller. Dette øker faren for at vi som lesere ikke får en korrekt forståelse av Vygotskij. Det fins ikke entydige synonymer til alle ord og begreper på de tre ulike språkene.

Vygotskij studerte spesielt de begrepene som ble lært gjennom skolens undervisning og sammenlignet dem med de begrepene som utviklet seg spontant i dagliglivet.

De førstnevnte har sin opprinnelse i strukturert skoleundervisning og kjennetegnes av en dekontekstualisert, logisk og hierarkisk organisering. Deres organisering er i den forstand vitenskapelig, og Vygotskij kalte dem da også *vitenskapelige* begreper.

Spontane begreper, derimot, har sin rot i barnets hverdags erfaringer og er usystematiske og sterkt *kontekstbundne*. De er mer å forstå som komplekser enn som virkelige begreper.

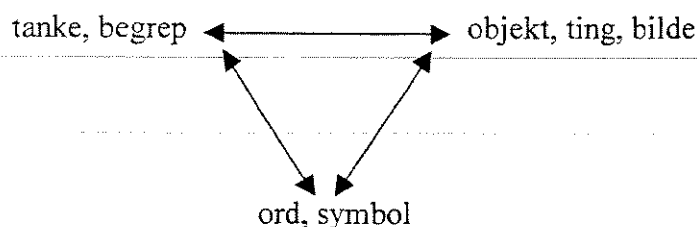
Det er viktig for læringen av vitenskapelige begreper at barnet på forhånd har utviklet spontane begreper i hverdagslivet som det kan bygge videre på. Læringen av vitenskapelige begreper vil på sin side virke tilbake på de spontane begrepene og bidra til økt systematikk, bevissthet og hierarkisk organisering i barnets tenking.

Barnets tenking er med andre ord avhengig av et møte mellom eller en sammensmelting av erfaringsrikdom og kunnskap om det virkelige livets konkrete sammenhenger på den ene siden og systematisk, abstrakt og teoretisk kunnskap på den andre. (Bråten, 1996, s 29-30)

Forholdet mellom Vygotskijs, Russel Hansons og Piagets beskrivelse av begrepslæring er interessant. I kapittel 2.2.3 skriver jeg at Russel Hanson tar utgangspunkt i at den som ser, "jeg-personen", er første-person. Forskeren er også første-person. De almene begrepene som benyttes for si noe om "hva man ser" kommer ikke innenfra første-personen, men utenfra fra andre-person eller tredje-person. Vygotskij skiller også her, men han bruker ikke de samme betegnelse. Russel Hanson ville trolig kalt spontane begreper for innenfra-begreper, mens vitenskapelige begreper vil være utenfra-begreper. Hos Piaget blir læring beskrevet som en handling som foregår mellom eleven og kunnskapen. Vygotskij beskriver læring som individets introduksjon til en eksisterende kultur. Russel Hanson kan taes til inntekt for både Piagets og Vygotskijs syn.

2.4.2 Begrep - ord - bilde

Epistemologisk, didaktisk og historisk forskning har utvidet perspektivet på matematisk kunnskap sin spesifikke natur. Steinbring (1994) viser til den epistemologiske (kunnskapsteoretiske) trekant: Matematisk mening forklares som en treklang av 1: objekt, ting, bilde, 2: tanke, begrep og 3: ord, symbol. Referansen mellom objekt og symbol er ikke organisert kun som navnet på objektet, det hele må utvikles som et konseptuelt/begrepsmessig forhold, figur 2.4 illustrerer dette. Dersom eleven kun presenteres for likesidete sekskanter, og deretter lærer at dette heter en sekskant, så beveger eleven seg hovedsakelig langs linja mellom objekt og symbol, mellom bilde og ord. For at eleven skal oppnå skikkelig forståelse av begrepet sekskant, må eleven gis muligheter til å oppleve ulike sekskanter i ulike kontekster. Et skritt på veien til utvidet forståelse av sekskantbegrepet, kan være å la eleven se at sekskanter kan ha en eller to spisse vinkler.



Figur 2.4. Den epistemologiske trekant.

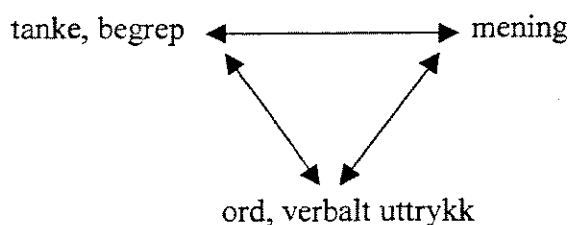
I noen situasjoner har elevene problemer med selve ordet. De beveger seg hovedsakelig langs linja mellom tanke og objekt, uten å vite hva de skal kalle objektet for. Rette prismer er av de første figurene norske skolebarn regner ut volumet av. Det foregår på et tidspunkt der elevene skal være i stand til å oppfatte figur 2.1 som en kubus. Men *ordene* prisme, kubus, sylinder, kjegle og pyramide er vanligvis fremmede for elevene på dette tidspunkt, dette utgjør en ekstra dørstokk for dem. Matematikkfaget har i mange år vært behandlet tvetydig i vårt land. På den ene siden er det "viktig" med gode matematikkunnskaper. På den andre siden er det svært mange barneskolelærere som valgte bort matematikken på lærerskolen. På enkelte skoler blir klassestyrer automatisk satt til å undervise i matematikk, uavhengig av kompetanse. Ingen norsklærer med respekt for seg selv ville godtatt at realister uten videre var kompetente til å undervise i norsk.

Mange norsklærere har ikke skjønnet poenget med en presis bruk av ordet kvadrat - det er da ikke så nøye om man sier firkant? Når elevene senere har bruk for å skille mellom kvadrater og andre firkanter, så er ikke norsklæreren til stede og ser på lenger. Her til lands har vi ikke tradisjon på at elevene på mellomtrinnet skal bli kjent med geometriske romfigurer. Et forventet spørsmål i forbindelse med geometriprøver på ungdomstrinnet er "Hva var det nå et prisme var for noe?" Jeg bruker å ha svampen parat. Vanligvis er det nok å holde den opp slik at spørsmålstilleren ser den. Det å regne ut volumet av et prisme er stort sett ikke så vanskelig, problemet for mange elever er å huske hva som er et prisme. I slike situasjoner er *ordet* vanskeligst å huske, begrepet og bildet medfører ikke de største problemene for eleven.

Det handler om at det å se er en *erfaringstilstand*. Kunnskap innebærer å kunne si hva et prisme betegner; å erverve forståelse for generelle begreper (kapittel 2.2.2). Når elevene begynner på ungdomsskolen, har de massevis av erfaring med prizmer i form av melkepakker, juicepakker, videokassetter, skoer, knekkebrødpakker osv. *Ordet* prisme har man forskånet dem fra å lære. Mange voksne lærte det ordet på en traumatisk måte, og ordet er ikke så mye brukt i daglig tale. Forståelsen av hva et prisme er for noe er god. I formingstimen lærer elevene perspektivtegning av prizmer, samtidig som de møter ordet prisme i matematikktimene. Terning og kule er derimot kjente ord for de fleste barn på mellomtrinnet.

2.4.3 Begrep - ord - mening

Vygotskij (Bråten, 1996) fokuserte på hvordan en tanke eller et begrep forholder seg til sin mening og denne meningen til sine ulike verbale uttrykk. Dette illustreres ved hjelp av figur 2.5.



Figur 2.5 Forholdet mellom tanke, ord og mening.

På et bestemt tidspunkt i individets utvikling kommer imidlertid tenking og språk i forbindelse med hverandre: Tenkingen blir språklig og talen blir intellektuell. Dette møtet mellom tenking og språk er et viktig ledd i individets kulturelle utvikling.

Før individet er i stand til å tenke i ord på det indre plan, gjennomgår det imidlertid to mellomliggende stadier i sin utvikling hvor logiske og språklige strukturer og operasjoner ennå ikke korresponderer med hverandre, og hvor tenkingen styres og støttes av ytre hørbar tale. (Bråten, 1996, s 28)

Vygotskij skiller mellom ordene *mening* og *betydning*. Mening viser til den stabile leksikalske definisjonen av et ord. Betydning viser til en subjektiv, foranderlig, kontekstavhengig oppfatning av ords innhold. Han hevder at det er betydningen som har forrang i indre tale. Når læreren snakker om en firkant, mener han/hun en firkant. For eleven betyr kanskje ordet firkant kvadrat. Russel Hanson ville trolig føyd til at meningen representerer en utenfra-forståelse, mens betydningen representerer innenfra-forståelsen.

Piaget anvender betegnelsene passiv og aktiv persepsjon. Han sier følgende om barnets forståelse av rom og form:

Barnets romforståelse konstrueres gjennom økende organisering av barnets motoriske og indre handlinger. Dette resulterer i operasjonelle systemer. Derfor er ikke *representasjonen* av rommet en perseptuell avlesing av de romlige omgivelsene, men er bygget opp av tidligere aktiv manipulering av omgivelsene. (Clements & Battista, 1992, s 426, min oversettelse)

Samtidig med at barnet utvikler perseptuelle ferdigheter, utvikles også evnen til å lage *representasjoner* av figurer; barnet kan etter hvert tegne en runding og en trekant og en firkant. Mindre barn kan persipere former og figurer. De undersøker figurer både visuelt og haptisk (ved å berøre figurene). Piaget fant også ut at hos mindre barn er persepsjonen passiv og sentrert. Når barnet blir eldre, er det i stand til å se en figur fra flere synsvinkler, og persepsjonen endrer karakter til å bli aktiv.

2.4.4 Operativ og figurativ forståelse

Piaget skiller mellom operativ og figurativ forståelse. Elever som mangler basiskunnskaper for å forstå situasjonen med åra i vann, henger seg fast i setningene i boka, det figurative aspektet. De pugger setningene på samme vis som en papegøye. Den operative forståelsen glimrer med sitt fravær, og det hele blir meningsløst for eleven. Dersom elevene får kunnskapen formidlet fra en lærer som bruker mye ord, er dessuten sjansen stor for at eleven fester seg ved lærerens tonefall, sola som skinte på pulten akkurat da, samt ordlyden i setningene. Den operative *meningen* i det som sies må assimileres hos barnet.

Ifølge Piaget vil metoder som vektlegger figurativ kunnskap være negative for eleven. De vil erstatte barnets egen konstruksjon av kunnskap og av den grunn være hemmende på elevens intellektuelle utvikling og motivasjon. Eleven som i forsøk på å forstå hvorfor åra ser knekket ut i vann, har pugget innfallsloddet og optisk tetthet uten å forstå hva det handler om, blir ikke motivert til å utforske emnet videre. Ikke har eleven utviklet seg intellektuelt heller. I verste fall har selvtilliten fått seg en knekk, dersom pugginga ikke holdt til en god karakter.

2.4.5 Se som noe og se som noe annet

I følge Russel Hanson vil eleven se åra *som* hel mens den er over vann, *som* brukket i det den er under vann, *som* hel over vann Hele tiden skifter det mellom å se noe som "noe" og det å se noe som "noe annet". *Teorien* gjør at det fins en sammenheng mellom å se åra som brukket og å se den som hel.

Når eleven kommer på skolen og skal lære om dette emnet, så kommer ikke eleven med tomt hode som læreren skal fylle med kunnskap. Eleven har sine oppfatninger og idéer, ofte såkalte hverdagsforestillinger, som baserer seg på elevens egne *observasjoner og teorier*. Her er

det opp til skolen å møte elevene, ta fatt i det elevene tror og mener, og spinne videre på det. Problemet med åra i vann er at vi ikke har et *visuelt* språk som kan benyttes til å forklare det vi ser. Vi benytter "vanlig norsk", som barna har lært i norsktimene helt fra småskolen. All den tid svært mange barneskolelærerne mangler realfagskompetanse, finner jeg det passende å sitere Galileo Galilei: "For å skjønne naturens bok, må du skjønne språket den er skrevet i. Dette språket heter matematikk."

2.5 Nivåer av forståelse

Pierre og Dina van Hiele (Clements & Battista, 1992) sier at læring er en diskontinuerlig prosess. Det eksisterer diskrete tankenivåer og læringen gjør et hopp når den beveger seg fra et nivå til det neste. Piaget som etter min oppfatning sier at læring foregår nærmest "*induktivistisk*" ved at stadiene bygger på hverandre, står i motsetning til van Hiele. Jeg tolker dem dit hen at de forskjellige nivåene nærmest kan betraktes som enslags "*paradigmer*" med ulikt språk og tankesett. Van Hiele og van Hiele mener følgende: For at en elev skal kunne beherske et nivå, må han/hun beherske store deler av de lavere nivåene. Fremgang fra et nivå til det neste er mer avhengig av instruksjon enn av alder og biologisk modenhet.

2.5.1 Seks nivåer

1. Det visuelle nivå. På det visuelle nivået (Clements & Battista, 1992) gjenkjenner elevene *figurer som visuelle gestalter* og de henviser til sin egen begrepsverden: En figur er et kvadrat fordi den ligner på et vindu og ikke fordi figuren har bestemte geometriske egenskaper som karakteriserer et kvadrat.

På dette nivået er elevenes tankegang styrt av persepsjon - eleven kan skille mellom et rektangel og en sirkel uten å være i stand til å si noe om hvorfor sirkelen ikke er et rektangel. Et typisk elevsvar på hvorfor en figur er et rektangel er at "Det bare er sånn". I overgangen til nivå 2 begynner eleven å assosiere visuelle objekter med de egenskapene som karakteriserer dem.

2. Det deskriptive/analytiske nivå. På det deskriptive/analytiske nivået ser elevene at *figurene innehar en samling av egenskaper*. Det visuelle gestaltbildet kommer mer i bakgrunnen. Elevene oppdager at noen kombinasjoner av egenskaper signaliserer en klasse av figurer. En typisk elevuttalelse er "Et parallelogram har to lange og to korte parallelle sider" og eleven vil kunne si at en figur ikke er et parallelogram fordi den er en rombe. En elev på dette nivået vil kunne si om to trekanter er formlike eller ikke. Eleven tilegner seg forståelse for figurenes egenskaper ved hjelp av tegning, måling, observasjon, lek og modellering. Eleven eier kunnskap om et nettverk av egenskaper. Når eleven gjenkjenner en figur, så er det nettverket som er basis for gjenkjennelsen og ikke figuren. Dette innebærer at hvis eleven ser en femkant der et hjørne er revet av, så vil eleven selvfølgelig si at det er en femkant. Elever på nivå 1 og nivå 2 betviler ikke gyldigheten av sine empiriske observasjoner. Derfor er det meningsløst å snakke til dem om beviser - hvorfor bevise det opplagte?

3. Det abstrakte nivå/relasjons nivå. På det abstrakte nivået kan eleven forme abstrakte definisjoner. Han er i stand til å klassifisere figurer hierarkisk - og kan si at et kvadrat er et spesialtilfelle av et rektangel. Når eleven oppdager egenskaper ved de ulike formene, vil eleven selv føle behov for å organisere egenskapene. I Russel Hansons terminologi heter det å organisere "det sette". Bestemte kombinasjoner av egenskaper forteller om bestemte klasser av figurer. Elevens idéer blir logisk organisert. En elev vil kunne finne ut at vinkelsummen i en firkant må være 360° fordi enhver firkant kan deles opp i to trekanter. Vi kaller dette deduksjon, men elevene er ikke i stand til selv å se at de etablerer geometriske "sannheter" ved hjelp av logisk deduksjon. "Det bare er nødt til å være sånn" vil eleven si. Når eleven resonnerer på dette

nivået, benytter han *egenskaper til klasser av figurer* som objekt. På didaktikkspråket kalles denne overgangen fra lavere nivå for *reifikasjon*.

På dette nivået er det ikke innholdet i de forskjellige tesene som er det vesentlige. Det eneste som er av betydning for den videre tankerekken er forbindelsene mellom tesene. Ved hjelp av disse forbindelsene blir det nye nettverk av relasjoner bygd opp. Når dette nye nettverket er solid nok, vil det forme en struktur. Når så eleven selv kan snakke til andre om denne strukturen, befinner eleven seg på nivå 3.

4. Deduksjons nivået. På deduksjonsnivået er elevene i stand til å konstruere originale bevis - de kan produsere en sekvens av ytringer slik som aksiomer, definisjoner og teoremer. På dette nivået er det *relasjonen mellom egenskaper hos klasser av figurer* som er objektene for elevenes tankegang. Alle kongruente trekkanter er formlike, mens det fins mange formlike trekkanter som ikke er kongruente. Her er kongruente og formlike trekkanter to forskjellige klasser.

5. Det metamatematiske nivå. På det metamatematiske nivået kan elevene studere geometri uten referansem modeller. De kan resonnere formelt ved hjelp av aksiomer, definisjoner og teoremer. Objektene på dette nivået er relasjonen mellom formelle konstrukt.

Nivå 0. Der er også et nivå 0 - nivået før gjenkjenning finner sted. Elevene er ikke i stand til å identifisere mange like former. De skiller mellom rette og buete linjer. De kan skille mellom en sirkel og et kvadrat, men ikke mellom en trekant og et kvadrat. Elevene holder på med spesifikke visuelle objekter eller konkrete, og de trener på å gjenkjenne figurer som har samme form. Barn på dette nivået trives ofte med de tradisjonelle "puttekassene". Ulike geometriske figurer skal puttes gjennom riktig hull i lokket på en liten boks. Hver figur samsvarer med ett og kun ett hull i lokket på boksen.

Overgang til høyere nivå

Forskning har støttet opp om van Hielenes teorier (Clements & Battista, 1992). Det viser seg også at elevene benytter ulikt "språk" på de forskjellige nivåene. I dagligtale i mange kretser er "firkant" ensbetydende med kvadrat, mens et parallelogram ville bli kalt en skeiv firkant. En forutsetning for å komme seg fra nivå 2 til nivå 3 er at eleven må lære seg korrekte betegnelser på de forskjellige figurene. Som tidligere nevnt, må lærerne i barneskolen skoleres i nødvendigheten av å bruke riktige begreper.

Mang en ungdomsskoleelev som får spesialundervisning i matematikk, befinner seg på nivå 2. Hvis eleven samtidig sliter med norskfaget, blir overgangen mellom nivå 2 og nivå 3 en frustrerende og vanskelig vond sirkel. Det ser ut til at elevenes prestasjoner relativt greitt kan klassifiseres til de forskjellige nivåene. Elever som er på vei fra et nivå til det neste, er derimot vanskeligere å klassifisere. Forskning har vist at på en og samme prøve kan en elev hoppe fra et nivå til et annet på ulike oppgaver. Annen forskning viser at når elever presenteres for nytt stoff, vil de starte på nivå 1. Imidlertid beveger de seg fort oppover til høyere nivåer.

2.5.2 Russel Hanson og van Hielene

Thomas Kuhn presiserte at det ikke ga noen mening å sammenligne to paradigmer, de var inkommensurable. Russel Hanson mener derimot at man kan bevege seg mellom å se noe som "noe" og å se noe som "noe annet", forbindelsen mellom de ulike betraktningene er til stede. Jeg mener at Russel Hanson og van Hielene sier mye av det samme.

Typisk for nivå 2 hos van Hielene er at hvis eleven ser en femkant der et hjørne er revet av, så vil eleven selvfølgelig si at det er en femkant. Russel Hanson sier at når vi ser noe, så vil det alltid være et element av forutsigelse til stede. Eleven forventer å se en femkant, fordi figuren er så lik. Selv om det ene hjørnet mangler, er figuren en femkant sett med elevens øyne. "Den er bare litt ødelagt". Alle de forventningene vi har, gir sine bidrag til tolkingen av det vi ser.

2.6 Eksempler på figurativ kunnskap

Elever som er undervist i matematikk etter den gammeldagse regelstyrte varianten, lykkes i løsning av oppgaver såfremt de kjenner igjen oppgaven. Da kan de anvende en kjent løsningsprosedyre. Dette kalte Piaget figurativ kunnskap. På samme vis som nivå 2-eleven kjenner igjen femkanten med avrevet hjørne. Dette gjelder ikke bare innenfor geometri, men også innen andre matematiske emner. Elever som er undervist på tradisjonelt vis, får problemer med kreativitet og selvstendig tenking. Når disse elevene møter problemer som ikke kan løses ved hjelp av innlærte rutiner, får de problemer, slik som i følgende eksempel.

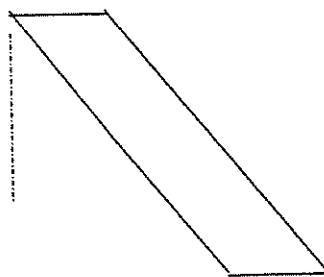
2.6.1 Parallelogrammer

Et godt eksempel på tilegning av figurativ kunnskap, er situasjonen med elevene som møter parallelogrammet for første gang som en figur på tavla, slik som i figur 2.6a (Wertheimer). Elevene lærer at dette heter et parallelogram, og de lærer regelen for å regne ut arealet av et parallelogram. I bøkene ser parallelogrammene også slik ut. Til og med autofigurene på min pc finnes kun som figur 2.6a, figurene 2.6b og 2.6c måtte jeg tegne selv. Når disse elevene møter parallelogrammer av typen 2.6b og 2.6c, blir de fleste rådløse. Sagt med Piaget: Det operative aspektet mangler. Utfra et konstruktivistisk syn bør elevene få bli fortrolig med hva et parallelogram er, og på det viset begynne å finne ut av parallelogrammets egenskaper. De bør gis anledning til å tegne og klippe ut ulike parallelogrammer og leke med dem under kyndig veiledning - det mener jeg først og fremst er en oppgave for barneskolen. Når barna skal lære om substantiver, så lar lærerne barna få bruke god tid på å finne ut hva et substantiv er. Først senere lærer barna at substantiv kan være subjekt i setninger, at det finnes substantiver som ikke er konkrete, osv.

Russel Hanson ville sagt at barnet først måtte erfare det sette som et parallelogram. Når barnet møter figur 2.6b, får det nye erfaringer. Det medfører at organiseringen av "det sette", parallelogrammet, forandres. Barnet møter nye firkanter og "det sette" blir tolket som et parallelogram eller ikke et parallelogram. Først registreres observasjonene våre, deretter finner hjernen ut hva slags kunnskap vi har om dem. Neste erfaring er figur 2.6c, og "det sette" må organiseres på nytt. Slik fortsetter det, og resultatet er en stadig bedre organisering av "det sette", samtidig som tolkningene blir stadig bedre.



Figur 2.6 a
Et "vanlig" parallelogram.



Figur 2.6b
Parallelogrammer?



Figur 2.6c
-Går det an å regne ut arealet av disse?

2.6.2 En pekebok

Litor forlag publiserte i 1997 en serie med pekebøker som tok for seg ulike begreper. Enkle og gode bøker. Tilsynelatende. "Jeg lærer meg formene", "Jeg lærer meg fargene", "Jeg lærer meg tall" og "Jeg lærer meg motsetninger". Flott layout med nedfelte figurer på blank bakgrunn. Hvilke begreper var plukket ut til de små og håpefulle? *Formene* var: Sirkel, firkant, trekant,

oval og stjerne. Boka var oversatt fra engelsk. Følgende oversettelser er hentet fra min engelsk-norske ordbok (Bjerke & Søråas, 1963):

ellipse S *mat* ellipse
oval A (S) oval (plass)
circle S sirkel, krets, ring; bane, runde
square S firkant, firkantet felt, rute; kvadrat...
triangle S trekant; vinkelhake
star S stjerne; hvitt bliss

Det engelske ordet square er blitt oversatt til firkant, til tross for at begge firkantene i boka er kvadrater. Begge kvadratene har sidekanter som konsekvent er parallelle med bokas sidekanter. Dersom forlaget hadde konsultert en matematiker i forbindelse med oversettelsen, ville trolig ordet square her blitt oversatt til kvadrat. Jeg vil hevde at boka bærer preg av å være lagd av en begrepsfattig forfatter, blant annet fordi den unngår å benytte muligheten til å presentere barna for ulike firkanter og fordi begge de to trekantene i boka er likebeinte. Jeg vil videre hevde at å kalle ellipsen for oval blir sleivete språkbruk i denne sammenhengen. Utfra matematisk språkbruk ville det vært korrekt å benyttet ordet ellipse her. Dersom forlaget hadde bedt en matematikkdiraktiker lage en tilsvarende bok, ville trolig stjerna vært utelatt til fordel for flere representasjoner av firkanter og trekanter. Dette er et trist eksempel på at grunnleggende matematisk opplæring blir lemfeldig behandlet.

2.6.3 Ikke-rutine-problemer

Selden, Selden og Mason (1994) undersøkte matematikkunnskapene til flinke studenter ved Tennessee Technological University. De fant ut at *flinke* studenter som er undervist i matematikk på tradisjonelt vis, ikke kan forventes å løse mange ikke-rutine-problemer. *Many students in this study preferred arithmetic and even quite sophisticated algebraic techniques for solving calculus problems.* Undersøkelsen konkluderte med at elevenes kreativitet måtte forbedres for å forbedre matematikk-resultatene.

Et viktig mål med Yaacow Agam sitt program var nettopp å utvikle kreativiteten. Piaget mener at vi som foreldre og lærere bør stimulere barnet ved å gi det muligheter og utfordringer til å bruke sin operative intelligens. Ved å bruke sin operative intelligens utvikles barnets kreativitet.

2.7 Piaget, Vygotskij og romforståelse

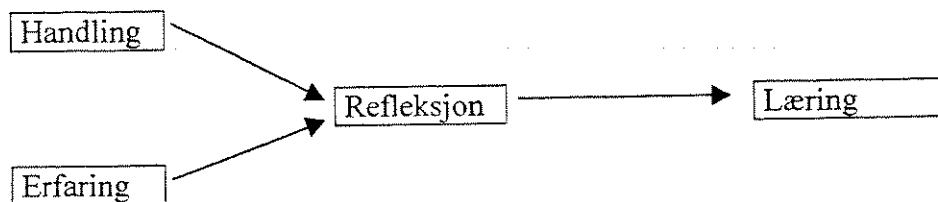
2.7.1 Romforståelse og konstruktivisme

Jeg gjentar følgende sitat fra Piaget (kapittel 2.4.3):

Barnets romforståelse konstrueres gjennom økende organisering av barnets motoriske og indre handlinger. Dette resulterer i operasjonelle systemer. Derfor er ikke *representasjonen* av rommet en persepsjonell avlesing av de romlige omgivelsene, men er bygget opp av tidligere aktiv manipulering av omgivelsene (Clements & Battista, 1992, s 426, min oversettelse).

I følge et konstruktivistisk læringssyn (konstruktivismen bygger på Piaget) er ikke elevenes hoder tomme bokser som venter på å fylles med kunnskap. Elevene har kunnskap med seg når de kommer på skolen, og den nye kunnskapen filtreres gjennom den eksisterende kunnskapen.

De handlinger eller erfaringer den enkelte person gjør, danner grunnlaget for læring. Refleksjonene eller tankene en gjør seg rundt erfaringene, er avgjørende for utviklingen av den aktuelle kunnskapen. Et slikt syn på læring er sentralt i teorier som går under benevnelsen konstruktivisme. (Brekke, 1995, s3).



Figur 2.7. Konstruktivisme. (Brekke, 1995, s3)

Dette stemmer overens med den prosessen som Russel Hanson beskriver: Man organiserer det sette bedre og bedre. De umiddelbare tolkningene av det man ser blir stadig bedre, på grunn av stadig mer erfaring og kunnskap om det man ser (kapitlene 2.2 og 2.3).

2.7.2 Den nærmeste utviklingssonen

Vygotskij rettet søkelyset mot forskjellen mellom barnets egne selvstendige prestasjoner og det barnet kan klare i samarbeid med voksne. Tankefellesskapet mellom barnet og den voksne gjør at barnets spontane begreper kommer i kontakt med voksnes vitenskapelige begreper. Dette forteller oss noe viktig om barnets videre utvikling. Vygotskij lanserte uttrykket *den nærmeste utviklingssonen* for å beskrive dette utviklingspotensialet. Dette formaliserte samspillet mellom det spontane og det vitenskapelige danner i følge Vygotskij det viktigste grunnlaget for individets utvikling av bevissthet om og kontroll over sin egen kunnskap.

Begrepet den nærmeste utviklingssonen førte oppmerksomheten mot kognitive prosesser som er uferdige og under utvikling. Dette er prosesser som står i fare for å bli oversett dersom man bare er opptatt av barnets selvstendige prestasjoner.

Geometrilærerne i grunnskolen har et hav av muligheter til å jobbe i elevenes nærmeste utviklingssone. Tverrfaglige prosjekter i matematikk og kroppsøving begrenses kun av lærerens og elevenes fantasi. Det fins rikelige muligheter til samhandling mellom elever og lærer(e) både med henblikk på å kartlegge elevenes ståsted og med henblikk på å jobbe aktivt med geometri i den nærmeste utviklingssonen.

Eksempelvis kan elevene få følgende oppgave: "Sekskanter. Dere skal jobbe sammen i grupper på fire eller fem elever. Elevene i hver gruppe skal gå sammen om å forme en sekskant på minst to ulike måter. Gruppen kan benytte én selvvalgt gjenstand til å representere den manglende siden i sekskanten." Spørsmål som vil kunne melde seg er: Har lengden på gjenstanden betydning for hvorvidt oppgaven løses riktig? Kan en elev utgjøre mer enn en side i sekskanten? Hvordan kan de samme elevene og kun en gjenstand forme to ulike sekskanter? Læreren vil kunne gi hint når elevene står fast og positiv respons når elevene kommer med idéer som kan føre til mulige løsninger på oppgaven.

En annen oppgave er "Skyte mål i håndball og fotball. Hvordan bør keeper stå plassert for å ha best mulighet til å redde et skudd? Dere skal velge ut tre ulike plasseringer for den som skyter. Alle elevene på gruppa skal skyte minst et skudd fra hver posisjon. Tegn opp de tre situasjonene og forklar hvor keeper bør stå plassert i hvert tilfelle." Her vil læreren kunne bygge på elevenes egne erfaringer og knytte forståelsen av ballspillet til matematikkfaget. Elevene vil høste erfaringer i kroppsøvingstimene, klassen har kroppsøving sammen og geometrien kan foregå innenfor en kontekst som er kjent for alle elevene. Elevene starter på det visuelle og det deskriptive nivå før de går i gang med abstrahering.

2.8 Mikro - meso - makro - rommene

Berthelot & Salin (1998) deler inn områdene for elevenes dagligliv i tre ulike rom:

Mikrorommet - der eleven vanligvis lærer seg skolegeometri (figurer i boka, m.m.).

Mesorommet - der de fleste av elevens nære rom-interaksjoner foregår .

Makrorommet - den ukjente byen m.m.

Den rom-representasjonen som elevene lærer seg utenom skoletid, samsvarer *ikke* med elementær geometri. I grunnskolen tegner elevene geometriske figurer, de benytter mikrorom-representasjonen. Berthelot og Salin mener at barneskolens omgang med geometriske figurer (tegnet) på papiret, er en av hovedkildene til lærevansker innen geometri. Når lærere og elever samsnakker om tegninger på papiret, snakker læreren ofte om geometriske representasjoner av figurer, mens elevene snakker om konkrete objekter. Fordi skolegeometrien finner sted i mikrorommet, mister læreren mulighetene til å se hvilke problemer elevene har, når de lærer grunnleggende geometriske begreper.

Gunn Harbitz sin steinskulptur på Storelva skole i Tromsø, avbildet på side i, utfordrer elevene i mesorommet. Elevene kan klatre på skulpturen, sitte oppå den, hoppe ned fra den og se på verden gjennom den.

2.8.1 Geometri i mesorommet

Berthelot & Salin (1998) utførte følgende test på ett hundre elever i alderen 10 - 11 år, delt i grupper på to og to: En skolebenk på omlag 0,5 x 2 m ble plassert i hjørnet av et klasserom. Benken var rektangelformet og den hadde ett bein i hvert hjørne. Elevene fikk ikke opplyst at figuren som beina formet, var et rektangel. Oppgaven var tredelt. Elevene skulle a)merke av på golvet med kritt hvor de fire beina skulle stå, dersom benken ble flytta til motsatt hjørne av rommet, b)utføre flyttingen og c)kommentere resultatet. En materiell hindring førte til at parallellitet med vegger og møbler kunne ikke utnyttes til hjelp for å løse oppgaven. Alle geometriske tavleredskaper var tillatt å bruke for elevene: Linjal, passer og kritt. Elevene hadde ikke lov til å prøveflytte benken.

Etter ett forsøk var kun 50% av elevene i stand til å forklare hvordan man skulle gå frem for å lykkes. De elevene som lyktes, gjorde bruk av den rette vinkelen. De som ikke lyktes, anvendte parallellitet og lengder i sine forsøk på å løse oppgaven. Berthelot og Salin fikk beskjed om at oppgaven var altfor vanskelig fordi benken var tredimensjonal.

Noen år senere gjorde de samme forsøk med 35 elever i alderen 9 - 10 år. Disse elevene fikk jobbe individuelt. De skulle markere ny plassering for hjørnene til en gymnastikkmatte som skulle flyttes til et annet sted på golvet. (Ikke parallelt med vegger, møbler mm.). De konkluderte med at dette resultatet muligens var dårligere. De fleste elevene var ikke i stand til å se at de måtte kontrollere de rette vinklene, selv etter at de hadde prøvd å plassere matten på det nye stedet. De benyttet kun lengder for å finne den nye plasseringen.

Berthelot og Salin konkluderer slik: Elevene har lært å tegne rektangler på et papir og de har lært å snakke om egenskaper ved rektangler. Men de har ikke lært å benytte den rette vinkelens geometriske egenskaper, fordi de har kunnet kontrollere tegningene sine på annet vis. I mikro-rommet på papiret tegner de eksempelvis rektangler slik at sidene er parallelle med kanten avarket.

Persepsjon og representasjon

Piaget (Meyer m.fl, 1991) undersøkte barn som var i stand til å *perseptuelt* gjenkjenne en rett linje og skjelve den fra en krum eller en brutt linje. Så snart det dreide seg om *representasjon*, dvs at barnet ble bedt om å konstruere linjen - enten i tankene eller i virkeligheten, da dukket vanskelighetene opp. Det var ett unntak: Når representasjonen kan støtte seg til en persepsjon,

for eksempel når barnet kan konstruere en linje som er parallell med kanten av et kvadratisk eller rektangulært bord. I følge Piaget er ikke dette noen egentlig representasjon, men en slags *imitasjon* ledet av persepsjon. Norske skoleelever lærer geometri i mikrorommet på papiret. De tegner rektangler på papiret og lar sidene være parallelle med kanten av arket. Fokus rettes mot det endelige produktet på papiret. L-97 vektlegger rom og form, men foreløpig får elevene jobbe lite med geometriske begreper i det tredimensjonale mesorommet.

2.8.2 Euklidsk og ikke-euklidsk geometri i skolen

Parallellpostulatet:

For hver linje l og for hvert punkt P som ikke ligger på l finnes det en og kun en linje m gjennom P som er parallell med l . (Greenberg, 1993, s19, min oversettelse).

Den russiske matematikeren Nicolai Ivanovich Lobachevsky og den ungarske matematikeren János Bolyai publiserte henholdsvis i 1829 og i 1832 uavhengig av hverandre at de kunne konstruere geometri som tilfredsstilte alle egenskapene til euklidsk geometri unntatt parallellpostulatet. Av den grunn har parallellpostulatet blitt stående som det aksiomet som karakteriserer euklidsk geometri. Carl Friedrich Gauss hevdet at han hadde kommet til lignende resultater i 1816, men han fant at dette avvek såpass mye fra datidens filosofiske tenking at han holdt resultatene sine for seg selv. Andre kilder (Greenberg, 1993) mer enn antyder at Gauss stjal matematiske arbeider fra Bolyai. Bolyais far var studiekamerat av Gauss, og den unge Bolyai sendte flere av sine arbeider til vurdering hos Gauss.

Den norske skolegeometrien har hatt en sterk euklidsk tradisjon. I praksis innebærer det at elevenes geometriopplæring har vært sentrert rundt konstruksjoner med passer og linjal. Mange elever møter da plan- og romgeometrien første gang på det abstrakte/relasjons nivået.

I følge L-97 er det først i tiende klasse at elevene skal bli kjent med regulære og semiregulære romfigurer. To år tidligere, i åttende klasse, skal de gjøre erfaringer med romfigurer og prøve å finne ut regler for perspektivtegning. Alt i femte klasse skal de øve seg i å velge og bruke enheter for lengde, areal og volum. Jeg vil hevde at de konkrete tredimensjonale romfigurene med fordel kan introduseres for elevene tidligere enn i tiende klasse. Her i Norge hørte fra gammelt av store deler av romgeometrien hjemme hos kjemistudenter på universitetsnivå. Når mye av dette nå er flyttet ned til siste år på ungdomsskolen, gir det muligheter til å la elevene jobbe mer i mesorommet. Etter L-97 skal elevene fra sjette klasse av begynne å arbeide med kart og målestokk, dette er arbeid i makrorommet. Norske matematikklærere bør skoleses til å møte utfordringene knyttet til at grunnskolens geometriundervisning bør foregå i makro- og mesorommet.

Når det gjelder målene i geometri for de ulike klassetrinnene i L-97 er ordlyden "bli kjent med", "beskrive", "få erfaringer med", "oppleve" osv. Der står det ikke et ord om hvorvidt elevene skal jobbe i makro-, meso- eller mikrorommet. Under hovedmomenter står det heller ikke noe som tilsier at elevene skal jobbe i mesorommet. I L-97 leser vi at den Euklidske geometrien ikke vektlegges så sterkt som tidligere. Konstruksjoner med passer og linjal er fortsatt pensum. Kun på 8. klassetrinn står det konkret at elevene skal utføre konstruksjoner. For 9. og 10. klasse er ordlyden av typen at elevene skal (KUF, 1996, s168 og s170)

- arbeide med begrepene formlikhet og kongruens
- arbeide mer med og begrunne pytagoras setning.

Under Rom og form, 3.klasse (KUF, 1996, s161):

- I opplæringen skal elevene erfare vinkel som det å dreie rundt et fast punkt, spesielt kvart omdreining som rett vinkel.

Den rette vinkelen forutsettes med andre ord kjent av norske elever i 9 - 10 års alder.

Under geometri, 7.klasse finner vi følgende (KUF 1996, s165):

- I opplæringen skal elevene gjøre erfaringer med å bruke avstander og vinkelmål, blant annet til å beskrive flytting.

Først i 7.klasse forventes det at elevene er i stand til å løse oppgaven med å flytte en benk (kapittel 2.8.1).

Platons Akademi

Geometriens store betydning har blitt fremhevet blant annet av Platon, som i sin tid hevdet at Gud var geometriker (kapittel 2.1). I sin tid grunnla Platon en skole i filosofi ved Athen. Skolen bar det klingende navnet Akademi. Over inngangsdøra sto det skrevet: *"La ingen som er uvitende om geometri, slippe inn denne døra."* (Greenberg, 1993, s1, min oversettelse).

2.8.3 Geometriske figurer - bilder eller begreper?

Efraim Fishbein (1994) belyser denne problemstillingen. Han påpeker at lærebøker i psykologi skiller mellom to hovedkomponenter innen menneskelig tenking: begrep og bilde. Geometriske figurer kommer i en særstilling. En trekant, er det et bilde eller et begrep? Selvsagt er det et bilde med en bestemt form. En trekant er mer enn et rent bilde i vanlig forstand (da refererer han til et geometrisk og matematisk objekt, ikke til en tegning). En trekant er et ideelt og abstrakt objekt, det er universelt slik som kun begreper kan være det.

I geometrisk tenking jobber vi med figurer som ikke er rene bilder, men idealiserte mentale objekter som fullstendig er tilordnet bestemte aksiomer. Vi kan si at en geometrisk figur er et mentalt objekt, som ikke kan reduseres til vanlige begreper eller bilder. Objektet kan ikke sies å være et rent begrep fordi det finnes en romlig representasjon av det. En geometrisk figur kan ikke sies å være et bilde fordi alle dens egenskaper er omhyggelig innbakt i definisjonen. Tegningen av en trekant er en grafisk modell av en geometrisk figur, en slik tegning vil aldri kunne bli den geometriske figuren selv.

I denne forbindelse finner jeg det passende å henvise til Platon: Platon mente at Gud var geometriker. Han hevdet at den idéelle sirkel kun eksisterte som idé, som en av Guds tanker. Vi mennesker var kun i stand til å konstruere etterligninger av den idéelle sirkel, uansett hvor nøyaktige vi var i å konstruere en korrekt sirkel.

Norwood Russel Hanson (kapitlene 2.2.1, 2.2.2 og 2.4.5) lar oss se trekanten både *som* bilde og *som* begrep, han lar oss bevege oss fra den ene muligheten til den andre. Frem og tilbake, om igjen og om igjen. Det er nødvendig for at vi skal ha muligheten til å organisere det sette på skikkelig vis. Samtidig tilegner vi oss kunnskap om trekanter, og på bakgrunn av den ervervede kunnskapen vil vår umiddelbare tolking av det vi ser gjennomgå en utvikling.

2.9 Romforståelse

Det er ikke enkelt å gi en kortfattet og presis definisjon av hva begrepet romforståelse innebærer. Mennesker som har god romforståelse, ser imidlertid ut til å være i stand til å lykkes bedre enn andre mennesker med enkelte handlinger. Før i tiden var projeksjonstegning en del av matematikkfaget på videregående skole. Da het det på folkemunne at en forutsetning for å lykkes med den delen av faget var at man "kunne se i rommet" eller "hadde god romforståelse".

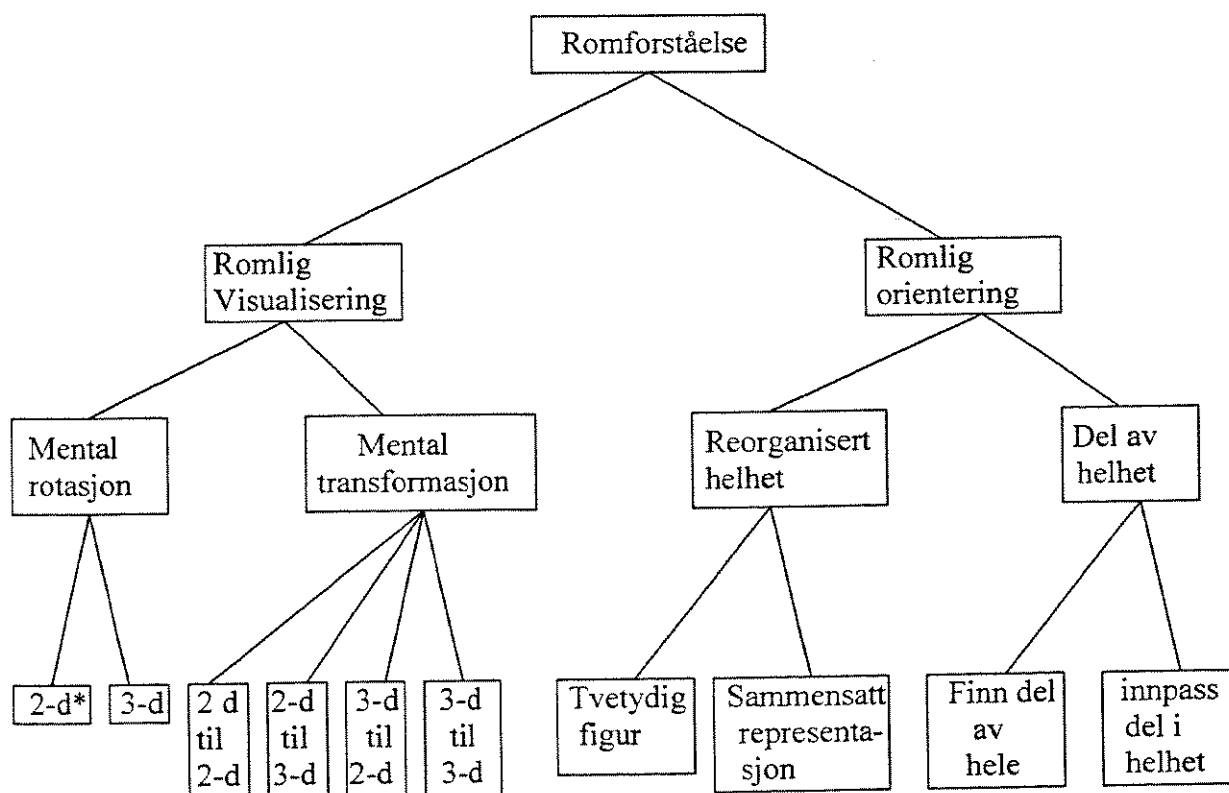
Lindsay A. Tartre sin doktoravhandling fra 1984 handlet om betydningen av romlig orientering ved løsning av matematikkproblemer. Hennes beskrivelse av romforståelse (Tartre, 1993) er sammensatt av flere andres arbeid. Tartre beskrev romforståelse ved hjelp av et klassifikasjonsskjema, dette skjemaet har jeg gjengitt i figur 2.8. Hun skiller i første omgang mellom romlig visualisering og romlig orientering. *Når jeg i denne oppgaven snakker om*

romforståelse, mener jeg mestring av både romlig visualisering og romlig orientering. Av figur 2.8 ser vi at mental rotasjon utgjør én del av romlig visualisering. De fleste oppgavene fra TIMSS og TIMSS-Repeat som omhandlet romforståelse, testet elevene på rotasjon.

2.9.1 Romlig visualisering og romlig orientering

Vi ser av figur 2.8 at *rotasjon* kun utgjør én del av den romlige visualiseringen. Den andre delen av romlig visualisering, *transformasjon*, omhandler formlikhet (2-d til 2-d), å sette opp en vev (2-d til 3-d), å vurdere hvorvidt jakken på utstillingsdukka er passe stor til venninna di (3-d til 3-d), å tegne mønsteret til et klesplagg (3-d til 2-d) med mer. Prosjeksjonstegning handler i stor grad om mental transformasjon.

Romlig orientering er også sammensatt. *Tvetydig figur* er en kortversjon av det å kunne oppfatte en tvetydig figur som tvetydig. Kuben i figur 2.1 kan både oppfattes som en kube sett ovenfra og som en kube sett nedenfra. *Sammensatt representasjon* omfatter å kunne lage bilder i lappeteknikk eller quilting. *Finn del av hele* handler om puslespillkompetanse. *Innpass en del i helheten* omfatter kompetanse av typen "Bildet er ikke fullstendig tegnet. Ser du hvordan den manglende biten skal se ut? Hva skal bildet forestille?"



*d = dimensjon

Figur 2.8 Romforståelse. Lindsay A. Tartres klassifikasjonsskjema.

2.9.2 Romforståelse, kjønn og fysisk trening

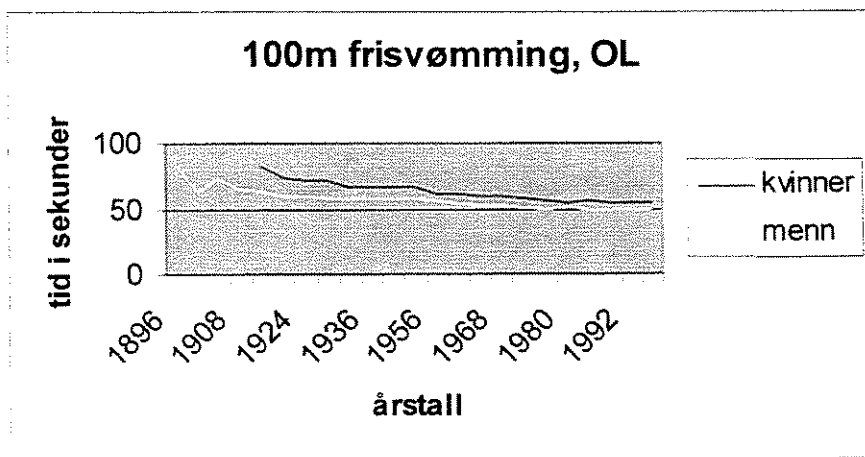
Marcia C. Linn skrev i 1989 artikkelen "Gender, Mathematics and Science" (Linn & Hyde, 1993) sammen med Janet S. Hyde. De innleder blant annet med å hevde at forskjellene mellom kjønnene i høyde, fysisk styrke, tilgang på karriere og økonomisk makt er mye større og mer

stabile enn forskjellene i kognitive og psykososiale oppgaver. I kapitlet "Spatial ability" (jeg har oversatt spatial ability til romlige evner), står følgende:

Mange hevder at forskjellen mellom kjønnene i romlige evner bidrar til forskjeller i utøvelse av vitenskap og matematikk. Dette til tross for at de eneste bevis som foreligger for dette er korrelasjon. Meta-analyser av forskjeller mellom kjønnene i romlige evner medfører ikke bevis for hypotesen. I stedet åpnes at a) forskjellen mellom kjønnene opptrer i romlige prosesser som ikke står i opplagt relasjon til vitenskap eller matematikk, b) forskjellen mellom kjønnene i romlige evner er avtagende, c) prosesser som åpner forskjeller mellom kjønnene i romlige evner er mottagelige for trening. (Linn & Hyde, 1993, s19, min oversettelse)

Linn & Hyde hevder at forståelsen av mental rotasjon øker ved fysisk trening. *"Selv om denne evnen påvirker utføring av matematikk og vitenskap, vil forskjellen mellom kjønnene reduseres ved trening."* (Linn & Hyde, 1993, s19, min oversettelse). De hevder videre at forskjellen mellom kjønnene i oppfattelse av mental rotasjon synes å være avtakende. De antar også at forskjellene skyldes ulik grad av deltakelse og deltakelse på ulikt nivå i sport og idrett blant jenter og gutter. Forskjellene på kvinners og menns verdensrekorder har avtatt, hevder de, blant annet fordi kvinner har fått dyktigere trenere.

Linn & Hyde fokuserer på at den kvinnen som vant 100 m frisvømming i OL i 1980 ville ha slått den mannen som vant samme øvelse i OL i 1956. De hevder at forskjellene i romforståelse hos kvinner og hos menn ser ut til å avta på tilsvarende vis, ettersom kvinner får bedre trenere og treningsforhold. Treningen må foregå i en viss mengde og på et visst nivå for å korrelere med økt grad av romforståelse. Vinnertidene for begge kjønn på 100 meter frisvømming i OL er vist i figur 2.9. Vi ser av figuren at det gikk nesten 20 år fra den første olympiaden ble arrangert og til kvinner fikk delta i denne øvelsen. Vinnertidene for begge kjønn har gradvis blitt bedre.



Figur 2.9 Vinnertidene på 100 meter frisvømming for begge kjønn, OL-resultater fram til i dag.

Svært mange tester på romforståelse er konstruert slik at de i stor grad tester på forståelse av rotasjon. Rotasjon er et element i mange slags fysiske aktiviteter, men ikke alltid på nybegynnernivå. Jeg nevner noen:

- I kapittel 2.2.5 beskriver jeg rotasjon i tilknytning til øvelser på snowboard og skateboard. En nybegynner trener ikke på rotasjonsøvelser. Et enkelt hopp uten rotasjon er enklere enn både å hoppe og rotere på en gang.
- Turnere roterer sin egen kropp i mange øvelser.

- Dans består av ulike typer rotasjon og andre bevegelser til musikk.
- En ball som blir slått eller sparket på siden, vil skru når den beveger seg fremover. Da roterer ballen. Mange mennesker er ikke klar over dette. Nybegynnere i bordtennis og fotball trener primært på annet enn skruballer.
- Innenfor fluekasting fins et spesialkast som man anvender når det er mye vegetasjon der man står, såkalt speycast eller underhåndskast. Kastet starter med at snøret løsnes fra vannet, deretter roterer man kroppen om ryggstøyla med det resultat at snøret følger med over vannflata. En vanlig nybegynnerfeil er at rotasjonen kun foregår i skulderpartiet. Da blir resultatet at snøret følger en ujevn bane i bakkastet.
- Kajakkpadling kan utføres uten rotasjon. Når man begynner å lære padleteknikk, er rotasjon første bud. For at musklene i ryggen skal komme med, roterer man om ryggstøyla. Svenska Kanotförbundet har utarbeidet en flott plakett med Knut Holmann der dette fremgår.

2.10 Lek, idrett og geometriforståelse

Professor Gunnar Brevik på Norges idrettshøyskole uttaler til "Aftenposten" 11.11.99 følgende:

Barn lærer gjennom fysisk lek. Gjennom leken bygger vi modeller i hjernen av oss selv og omgivelsene. I den motoriske gullalder, 6 - 12 år, er det tid for å utvikle programmer. Jo mer allsidig barna leker, desto rikere blir "programvaren". Det er viktig at barna får et rikt repertoar å spille på.

Gjennom leken bygger vi modeller...Leken foregår i det tredimensjonale rommet. I mesorommet. Barnet bygger opp sine spontane begreper (kapittel 2.4.1).

2.10.1 Erfaring og læring fra lek og trening

Marius Sommer er landslagsutøver i snowboard. Han står sitert på sportssidene i samme "Aftenposten":

Snowboard er skapende lek og frihet, det er som å sitte i en sandkasse og finne på nye ting. Det fins ingen rammer, ingen trenere som står og skriker. Vi trener ikke, vi kjører og leker. Men det gjør vi så mye at vi blir gode.

Det er en utfordring for oss matematikklærere å avdekke snowboarderne (og skateboarderne) sine spontane begreper, slik at de blir best mulig i stand til å tilegne seg matematisk kunnskap. Elevene erfarer ofte problemer når de skal bevege seg fra prosessnivå til objektnivå. Van Hielene (kapittel 2.5.1) kaller dette for overgangen fra det deskriptive/analytiske nivå og til det abstrakte/relasjons nivå. Denne overgangen kalles reifikasjon. Noen elever er i stand til å etablere relasjoner *både* til et begrep som *objekt* og til *prosessen* som ligger under begrepet, uten at de er i stand til å etablere lenker dem i mellom (Niss,1998).

Fysioterapeuter snakker om at når et barn lærer å bevege seg, så er det viktig at barnet erfarer bevegelser og relasjoner mellom egen kropp og omgivelser på så variert vis som mulig. Dette kaller de for å ha en "bred motorisk programmeringsprofil". Barnet prøver seg også på mange bevegelser som det ikke er i stand til å mestre. Oversatt til matematikkdidaktikk blir dette til variasjon av kontekster.

Variasjon av de kontekster som utnyttes i undervisningen fremmer livskraft i de forestillinger som oppstår. Opplevelse av at en viss kunnskap er almenngyldig baserer seg mer enn noe annet på at den testes mot en stor mengde sanseinntrykk. Brist på variasjon kan lede til en forsterking av spesielle tankemønstre som kan observeres som avhengig av spesielle rutiner. (Björkqvist, 1993, s14, min oversettelse).

Vår oppgave som matematikklærere er å gi elevene mulighet til å bruke geometrien som redskap til å beskrive egne og andres bevegelser og til å beskrive modeller de har inne i hodet sitt.

Elevene har ofte mange tanker om dette, men de har ikke noe godt språk til å uttrykke tankene med. For eksempel har fysisk aktive barn mange egne erfaringer med rotasjon. Dessverre er det ikke selvsagt at elevene gis anledning til å se at rotasjon av egen kropp på fotballbanen handler om det samme som rotasjon av en likebeint trekant i matematikkboka. Dette er ikke opplagt for alle elevene, og rotasjonen av trekanten er mer abstrakt enn rotasjonen på fotballbanen. På fotballbanen vil rotasjon foregå på ulike vis, barnets erfaring med rotasjon derfra er svært variert.

Barn leker. Det er naturlig. Ettersom det vokser til, forventer omverdenen at barnet skal bli "voksen". De fleste leker mindre når de blir voksne. Dessverre er det mange mennesker som tror at fravær av lek er synonymt med voksen adferd. Vi mennesker leker i større eller mindre grad hele livet, alt etter hvor vellykket sosialiseringen til voksenlivet har vært. Alt i småskolen starter denne sosialiseringen, barna lærer å sitte pent på pulten sin og høre på læreren. Jentene kommer i puberteten tidligere enn guttene, og de er ikke så "barnslige" når de begynner på ungdomsskolen. Ofte er det slik at jentene er flinkere enn guttene til å sitte rolig på pulten sin og rekke opp handa. De er bedre sosialisert til "voksenlivet" enn guttene er. Sett fra et lærersynspunkt er derfor mange jenter "snillere" enn gutter, og det er ikke så mye "tull" med jentene.

Den norske matematikkdiraktikeren Janne Fauskanger betrakter leken som barnas egen læringsmetode. Hun fokuserer mest på førskolebarn. Fauskanger skriver:

Det blir viktig å trekke frem matematikken i leken, for å få øye på barnas matematikkunnskaper; at de har matematikkunnskaper som de bruker i sin lek. Det blir viktig å ta utgangspunkt i seksåringenes verden fremfor matematikkens, fordi matematikken *er* i barns lek. Mine undersøkelser av barns lek har jeg gjort utfra ønsket om å finne vesentlige trekk ved lekens vesen som har betydning for utvikling av pedagogisk praksis. Matematikerens kreative lek med sitt fag kan synes å ha sterke fellestrekk med barnets lek. Mye av skolens matematikkundervisning kan synes å stå i sterk motsetning til dette. Hvordan kan vi få sterkere spor av det lekne barnet i skolens matematikkundervisning? Jeg tror at en vei går gjennom innsikt i barns matematikk og deres metoder. (Fauskanger, 1996, s 360)

Den norske snowboarderen Marius Sommer uttalte: *"Vi trener ikke, vi kjører og leker. Det gjør vi så mye at vi blir gode."* Gunnar Brevik kalte 6 - 12 års alderen for den motoriske gullalder - i den alderen jobber skolen iherdig med å sosialisere barna inn i den passive sitte-pent-og-stille-på-pulten-sin kulturen. Når barna har nådd ungdomsskolealder, er jentene sluttet å leke. Etter et år på ungdomsskolen har de fleste guttene også blitt kurert mot leking. Piaget sa at barnets romforståelse konstrueres gjennom økende organisering av barnets motoriske og indre handlinger (kapittel 2.4.3).

2.10.2 Egen aktivitet - kaos eller begrepslæring?

Er det nødvendig med ro i timene for at elevene skal få konsentrert seg? Fauskanger skriver at i den tradisjonelle matematikkundervisningen sitter barna pent på pultene sine og regner oppgaver. Hun stiller spørsmålet om elevene lærer mer dersom kaos tilsynelatende er fraværende. Hun har funnet at kaoset godt kan forekomme inne i den enkelte elev sitt hode, selv om læreren ikke ser eller hører det. Kaoset utgjør en trussel for oss matematikklærere. For å unngå å miste kontrollen er det fare for at vi legger overdrevent vekt på tradisjonell tavleundervisning. Fauskanger (1996, s364) sier videre: *"Men få er så konsentrerte som barn i lek selv om det hele kan synes kaotisk for den som ser på, mens det usynlige kaoset kan gjøre barn ukonsentrerte."* Avslutningsvis minner hun om alle de gangene vi selv har sittet på skolebenken og tenkt på helt andre ting enn det læreren ønsket vi skulle tenke på. Vi lærere lar elevene komme med eksempler som vi selv utdyper i tavleundervisningen. På det viset har vi full kontroll hele tiden. Hvem som helst kan komme uanmeldt på besøk i timen og se at her jobbes det. Det ligger en enorm makt i å regissere en skoletime der elevene skjuler alt kaoset sitt.

Barn og ungdom liker ikke å kjede seg. Det gjør ikke voksne heller. Altfor lette matematikk-oppgaver blir kjedelig i lengden. Barn og unge vil finne på stadig vanskeligere oppgaver. Oftest er oppgavene tilpasset elevens eget nivå, men noen ganger vil de finne på oppgaver som de selv ikke er i stand til å løse. Da må de utvide kompetansen sin og finne nye finesser som de må trene på. Når de selv har funnet på at de trenger å kunne noe, ser de også hensikten med å trene iherdig.

Schliemann m.fl (1998) viser til flere studier innen utviklingspsykologi. Studiene viser at barns forståelse av grunnleggende matematiske prinsipper utvikles uavhengig av skolens instruksjon. De skriver på slutten av sin artikkel at matematisk kunnskap kan være meningsfull og sunn bare hvis den er et resultat av aktiv konstruksjon fra den delen av barnet som han eller hun benytter til deltagelse i matematisk aktivitet.

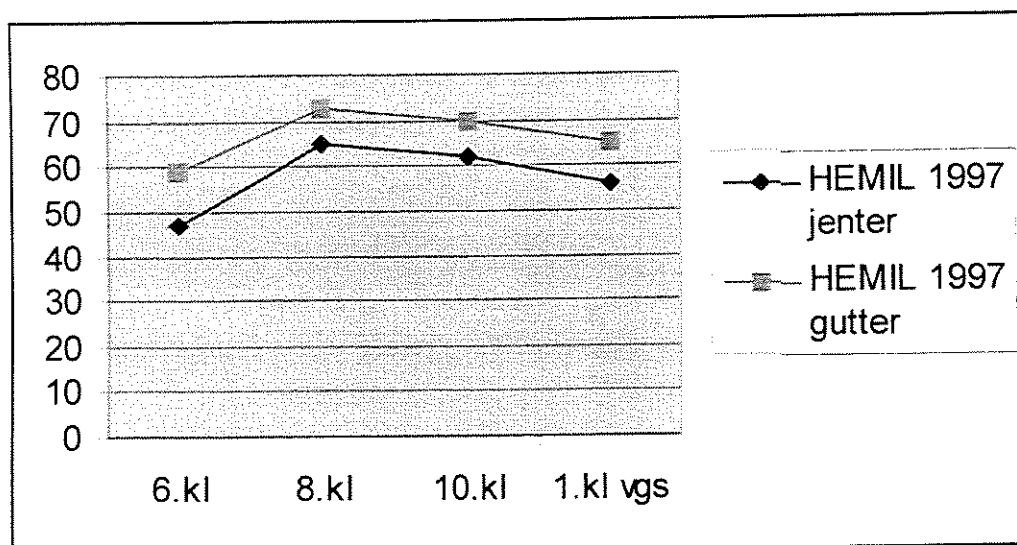
Visuell erfaring alene er ikke nok for å lykkes med å gjenkjenne et rotert objekt. Deltakelse i geometrisk aktivitet foregår med kroppen, da oppnår eleven en innenfra-forståelse (kapittel 2.2.3). Dersom eleven mangler denne innenfra-forståelsen, faller det vanskeligere å forestille seg hvorledes en modell av et rotert objekt vil bli seende ut. På samme vis som et ledd i det lille barnets læring av preposisjonen *under* foregår ved at ved at det selv aktivt kryper under sengen. Hvis det objektet eleven skal gjenkjenne, mangler spesielle kjennetegn som forenkler gjenkjennelsen, stilles det større krav til eleven (kapittel 2.5.1). Dagens norske pedagogikk legger vekt på at førskolebarn skal lære begrepene over og under ved at de gjentatte ganger forflytter sin egen kropp over og under en gjenstand, for eksempel et bord, en stol, en annen stol, en seng osv. De lærer dette først ved å forflytte seg selv, deretter lærer de å benytte modeller. Eksempler: Jeg er under stolen. Boka er under stolen. Du er under stolen. Barnet lærer ikke ordentlig hva *under* betyr hvis det kun skal betrakte diverse leker under stolen, via leken forflytter barnet også seg selv dit. Barnet får også en utvidet forståelse av hva *en stol* er på dette viset. Når elevene er kommet til ungdomsskolealder er de fleste sluttet å leke. Da leser de i bøker, studerer figurer eller lager modeller. Vi lærere roser dem når de oppfører seg ordentlig, dvs sitter pent ved pulten sin og bruker kroppen minst mulig. Kroppen kan de bevege i gymtimene. En gjengs oppfatning blant lærere er at jenter er flinkere enn gutter til å sitte stille.

2.11 Fysisk aktivitet og norsk ungdom

Resultater fra prosjektet "Helsevaner blant skoleelever. En WHO undersøkelse i flere land (HEVAS)" forelå i HEMIL-rapport nr 1 - 2000 (Wold m.fl, 2000). Denne undersøkelsen omfattet elever i 6.klasse, 8.klasse, 10.klasse og 1.klasse på videregående skole i Sverige, Ungarn, Wales og Norge.

Et av spørsmålene i testen var følgende: "Utenom skoletid: Hvor mange timer i uka driver du idrett, eller mosjonerer du så mye at du blir andpusten og/eller svett?" Svaralternativene var følgende: ingen, omtrent 1/2 time, omtrent 1 time, omtrent 2 - 3 timer, omtrent 4 - 6 timer, 7 timer eller mer. Jentenes svar viste at 62% drev med fysisk aktivitet 2 t eller mer per uke, mens 77% drev med fysisk aktivitet 1t eller mer per uke. Tilsvarende tall for guttene var 70% og 80%.

Figur 2.10 viser hvor stor prosentandel av norske jenter og gutter som ukentlig anvender 2 timer eller mer av fritiden sin til fysiske aktiviteter. Det fremgår av figuren at aktiviteten synes å være på topp rundt 8.klasse. Videre ser vi at for alle aldersgrupper er det en større andel gutter enn jenter som driver med fysisk aktivitet utenom skoletid.



Figur 2.10 Prosentandel av norske jenter og gutter som anvender 2 timer eller mer til fysiske aktiviteter på fritiden. (HEMIL-rapport nr 1 - 2000)

2.11.1 Snowboard- og skateboard-kulturen

Skaterne har jeg definert slik: *En skater er en ungdom som driver med snowboard og eller skateboard omtrent en gang i uka eller oftere utenom skoletiden.*

Figur 2.11 viser en avisartikkel fra "Dagbladet" mandag 1.mars 1999:

Håkonsen boikotter OL i 2002

Snowboardlegenden Terje Håkonsen har allerede bestemt seg for å boikotte OL i Salt-Lake City i år 2002. Håkonsen holdt seg også unna OL i Nagano i 1998.

Av JOHN BORTEN

Mandag 1. mars 1999 12:54

Avgjørelsen kommer fra Terjes sponsor Burton snowboards. Selskapet har ved flere tidligere anledninger vært kritiske til IOC.

Håkonsen gjorde seg selv til et hett diskusjonsobjekt da han i 1998 boikottet de olympiske Leker i Nagano. Terje var da gullfavoritt.

Boikotten kom som en reaksjon på det at det internasjonale skiforbundet, FIS, var blitt tildelt ansvaret for uttaket og arrangementet av snowboarddelen av OL.

- Mafia

Håkonsens OL-boikott kommer som en konsekvens av de pågående korrupsjonsskandalene i IOC.

- Avsløringene bare forsterker mitt inntrykk av IOC som en korrupt organisasjon og at medlemmene har mye felles med mafiaen, melder snowboardstjernen.

Også IOC-sjefen sjøl får også refs av snowboardlegenden.

- Samaranch kommer bare til å sparke en masse mennesker, for å sette seg selv i et godt lys, selv om alle vet at han selv er en del av korrupsjonen.

Respekt

- Vi respekterer Terjes avgjørelse, sier presidenten i Norges snowboardforbund Jørn Torjussen.

Han påpeker at Terje er den eneste snowboarderen i verden som er i posisjon til å gjøre dette. For de fleste snowboarderne er OL en gylden mulighet til å markedsføre seg selv, i tillegg til at de synes det som morsomt å være med.

Kritikk

Eier og grunnlegger Burton snowboards, Jake Burton Carpenter, var også en av de sterkeste kritikerne av at IOC gav FIS kontrollen over snowboard i OL.

- Dette er som å gi hockey kontrollen over kunsthopp, fordi begge øvelsene foregår på is, var hans kommentar til avgjørelsen.

Figur 2.11 Utdrag fra "Dagbladet" 1.mars, 1999.

At det nettopp er en snowboarder som kommer med et slikt syn, er ikke uventet. Snowboarderne og skateboarderne representerer dagens "ungdomsopprør", vår tids sekstiåttiere, om man vil. Der jeg bor, driver ungdommene med skateboard på skoletrappa i friminutter og om ettermiddagene. De benytter rullestolrampen og legger noen paller på plattingen for å trene spesielle tricks. Alle er velkomne til å være med, det er ikke nødvendig å ha foreldre som kjører til trening, og treningene koster ikke noe. Vinterstid driver mange med snowboard. De som ikke har tilgang på skitrekk, bærer brettene sine opp bakkene der de bor. Heller ikke her er det nødvendig å ha foreldre som deltar på dugnad eller kjører til og fra trening. Alle kan delta, selv om de ikke har foreldre som kan stille opp og hjelpe til. Snespader fins i de fleste hjem, det er eneste nødvendige utstyr foruten brett med tilbehør.

Kan det være slik at matematikklærere ubevisst er negativt forutinntatt i forhold til denne elevgruppen? Mange skatere kler seg utradisjonelt med "saggebukser", lua på i timene og gjerne et urolig brett under pulten. Flere av dem har et "fingerboard" i pennalet som de leker med når timene blir for stillesittende. Kan det være slik at flervalgsoppgaver er en prøveform som passer bedre for denne elevgruppen? Min erfaring er at aktive og urolige gutter som ikke liker skriving, tiltrekkes til skateboardsmiljøene i større grad enn til matematikkbøkene.

2.12 Kontekst og læring

Kontekst defineres ulikt i ulike bøker. I Kunnskapsforlagets fremmedordbok finner vi det latinske ordet kontekst: "*Kontekst - innhold, tankesammenheng; språklig helhet som et ord eller uttrykk er en del av.*" (Berulfsen & Gundersen, 1986).

I Damms Store leksikon står det følgende: "*Kontekst (av latin 'veve sammen') - sammenheng med omgivelsene, særlig om den språklige og betydningsmessige helhet et ord eller uttrykk forekommer i.*" (Henriksen, 1989).

I følge Björkqvist (1993) er *kontekstualismen* det læringssyn som går ut fra at innlæringa bestemmes av den totalt opplevde sammenhengen. Den sosiale situasjon i klassen er ikke det samme som en oppgaves kontekst. Eksempelvis skiller vi mellom på den ene siden elevens plassering i klasserommet, forholdet til medelever og på den andre siden selve oppgavens kontekst.

2.12.1 Interaktiv og figurativ kontekst

I følge Clarke and Helme (1998) er oppgavens kontekst er tosidig. På den ene siden har vi konteksten som eleven møter oppgaven i, *den interaktive konteksten*. På den andre siden har vi situasjonen som er beskrevet i oppgaven, *den figurative konteksten*.

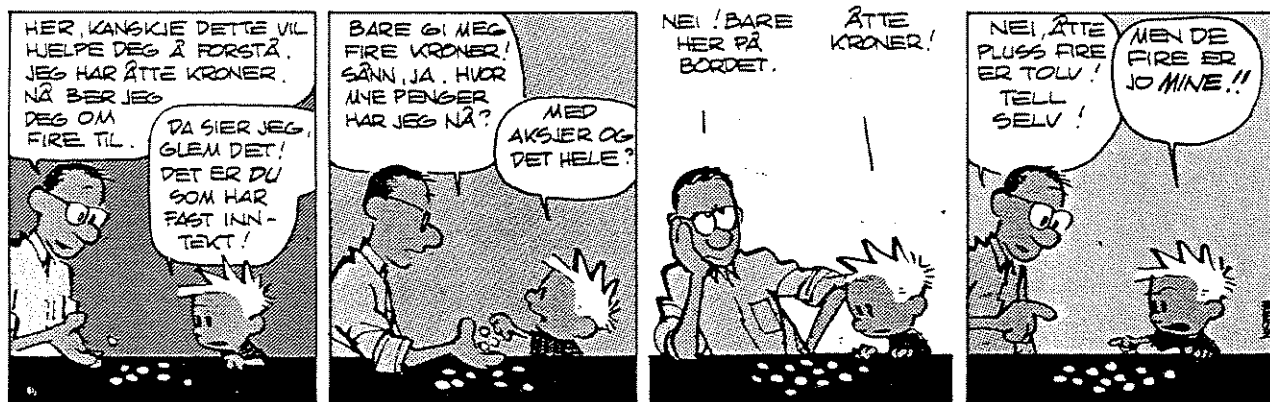
Clarke and Helme presenterte den 40-årige Alan for følgende oppgave: "Fredas leilighet har fem rom. Det totale arealet av leiligheten er 60 m². Tegn en mulig plan over leiligheten. Alle rommene skal påføres areal og en beskrivelse av hva slags rom det er." Alans tegning er vist i figur 2.11. Alan sa at han ikke forsøkte å tegne en realistisk plan, han trodde ikke oppgaven gikk ut på det. For han var det kun den interaktive konteksten som var av betydning. Han brydde seg ikke om at Freda måtte gå gjennom to soverom og badet for å komme seg fra stua til kjøkkenet. Alan sa at han ville løst oppgaven annerledes, dersom han hadde blitt presentert for den samme oppgaven i "virkeligheten".

Clarke and Helme viser eksempler på at når elever blir presentert for "kontekstløse" oppgaver, så søker elevene å plassere oppgavene i en kjent kontekst. Et eksempel er oppgaven "Hvilken brøk er størst av $\frac{5}{3}$ og $\frac{7}{4}$?" En elev tegner sirkler og illustrerer $\frac{5}{3}$ som en sirkel på $\frac{3}{3}$ og en sirkel på $\frac{2}{3}$ osv. Denne eleven setter den "kontekstløse" oppgaven inn i en kjent kontekst for å løse den.

2m	2m	2m	2m	2m
6m				
Stue	Soverom	Soverom	Bad	Kjøkken

Figur 2.12: Alans tegning av Fredas leilighet.

Samspillet mellom interaktiv og figurativ kontekst munner ut i en *personlig oppgave-kontekst* formet som en kognitiv representasjon. Gjennom denne kognitive representasjonen gir individet personlig mening til oppgaven, slik at problemløsningsprosessen kan komme i gang. (Clarke & Helme, 1998).



Figur 2.13 Tommy og Tigern. Kontekst.

2.12.2 Kontekstuell bevissthet og preferanse

Når en elev nærmer seg ny kunnskap, vil forståelsen først være knyttet til en bestemt kontekst. En gryende forståelse av hastighetsbegrepet kan for eksempel være koblet til at Nina brukte kortere tid enn Lise på 60-meteren, det betyr at Nina sprang fortest. En elev kan godt inneha en viss forståelse for dette, mens det at en bil kjører i 50 km/t blir helt fremmed. Enkelte elever har sperrer som aktiveres for fullt når det blir snakk om biler og hastighet.

Inger Wistedt fra Sverige har i et studie belyst noen vansker elever stilles overfor når de skal tolke og forstå matematiske oppgaver. Hun poengterer følgende: Begrep og tankemodeller som med fremgang blir anvendt i en sammenheng, kan ikke enkelt generaliseres og overføres til nye situasjoner. Ofte stopper kunnskapene innenfor grensene til den opprinnelige læresituasjonen. Wistedt innfører noen begreper: *Kontekstdominans* – konteksten dominerer over alt. Kunnskapen er kontekstavhengig. I en slik situasjon innehar eleven kun et spontant begrep (Vygotskij, kapittel 2.4.1). Russel Hanson (kapittel 2.2.3) kaller dette for å kun ha en innenforforståelse.

Neste skritt er *kontekstuell usikkerhet* – eleven er begynt å reflektere over den virkelige situasjonen og ikke bare situasjonen i oppgaven. Wistedt sier også at etter hvert vil eleven komme dit at hun/han reflekterer over både data og tolkingsrammen. Da har eleven oppnådd en *kontekstuell bevissthet*. Dette forutsetter refleksjon på flere nivåer samtidig. Dette rimer med Russel Hanson sine teorier. Han snakker om å se noe som "noe" og å se noe som "noe annet", kombinert med den øyeblikkelige tolking av det vi ser (kapittel 2.2.1, 2.4.5 og 2.8.3). Refleksjon

på flere nivåer samtidig er umulig før eleven har oppnådd en kontekstuell bevissthet. Videre sier hun at *kontekstpreferanse* kun kan opptre når individet er kontekstuent bevisst. Ved kontekstdominans aktualiseres kun *en* tolking og vi kan derfor ikke snakke om at den prefereres. Ved kontekstuell usikkerhet har de alternative tolkningene svært ulik status. Veien fra ureflektert, kontekstavhengig kunnskap til kontekstfri, generalisert kunnskap ser ut til å gå via bevisst kontekstbehersking. Wistedt sier avslutningsvis:

For at en tanke skal bli en *matematisk* tanke, kreves at den gis et uttrykk som hører hjemme i en teoretisk sammenheng. I undervisningen kan en slik konvensjonalisering av tenkingen skje. Det er der eleven kan møte matematikken, som et kulturelt redskap for tenkingen. (Wistedt, 1993, s51–52, min oversettelse)

2.13 Oppsummering

Jeg har drøftet teorier om hvordan barn og ungdom lærer matematikk, med hovedvekt på geometri. Utgangspunktet var Norwood Russel Hanson sine teorier. Han innførte to begreper, *the formula* og *the principle* (kapittel 2.2.1). *The formula* innebærer å se pluss øyeblikkelig tolking, tolking defineres som en intellektuell prosess, det å tenke/å gjøre noe. Dessuten koordinerer vi syn og hørsel. *The principle* handler om at det å se er en erfaringstilstand. Videre sier han at vitenskapelige oppdagelser har typisk dobbeltkarakter: Å se det samme forskjellig (på en ny måte). Når et barn lærer noe nytt, gjør det sin egen private vitenskapelige oppdagelse, selv om det oppdager noe som andre mennesker har oppdaget tidligere.

Jean Piaget sier at barnets romforståelse konstrueres gjennom økende organisering av barnets motoriske og indre handlinger. Evnen til persepsjon utvikles samtidig med evnen til å lage representasjoner av figurer. Piaget skiller mellom figurativ og operasjonell kunnskap. Figurativ kunnskap kan anvendes til reproduksjon, mens operasjonell kunnskap anvendes ved selvstendig tenking (kapittel 2.4.3, 2.6 og 2.8.1).

Pierre og Dina van Hiele sier at det eksisterer diskrete tankenivåer og at læringen gjør et hopp når den beveger seg fra et nivå til det neste. De forskjellige nivåene har ulikt språk og tankesett. Framgangen fra et nivå til det neste er mer avhengig av instruksjon enn av alder og biologisk modenhet (kapittel 2.5).

Lev Semjonovitsj Vygotskij studerte spesielt de begrepene som ble lært gjennom skolens undervisning, og sammenlignet dem med de begrepene som utviklet seg spontant i dagliglivet. De førstnevnte har sin opprinnelse i strukturert skoleundervisning og kjennetegnes av en dekontekstualisert, logisk og hierarkisk organisering. Deres organisering er i den forstand vitenskapelig, og Vygotskij kaller dem da også *vitenskapelige* begreper. *Spontane* begreper, derimot, har sin rot i barnets hverdagserfaringer og er usystematiske og sterkt *kontekstbundne* (kapittel 2.4.1, 2.4.3 og 2.7.2).

Berthelot & Salin (1998) påpeker i kapittel 2.4.1 at elevenes dagligliv finner sted i tre ulike rom:

Mikrorommet - der eleven vanligvis lærer seg skolegeometri. (Figurer i boka, m.m.)

Mesorommet - der de fleste av elevens nære rom-interaksjoner foregår.

Makrorommet - den ukjente byen, havet, fjellet mm.

Den rom-representasjonen som elevene lærer seg utenom skoletid, samsvarer *ikke* med elementær geometri. I grunnskolen tegner elevene geometriske figurer, de benytter mikrorom-representasjonen.

Norske skoleelever lærer geometri i mikrorommet på papiret. De tegner rektangler på papiret og lar sidene være parallelle med kanten av arket. Fokus rettes mot det endelige produktet på papiret, reproduksjonen. Det er ikke uten videre opplagt for oss lærere hvorvidt en geometrisk figur er et bilde eller et begrep (kapittel 2.8.3). Vi kan heller ikke forvente at elevene skal

betrakte en geometrisk figur i boka som en representant for en klasse av figurer, mest trolig oppfatter de fleste elevene figurene i boka som konkrete bilder. Jeg vil hevde at skolegeometrien starter abstraheringsprosessen fra det øyeblikket den beveger seg fra mesorommet der elevene er og til mikrorommet i bøkene. Vi sliter med en solid forankret arv som gjør at vi er lite flinke til å la elevene starte med geometriens begreper i det tredimensjonale mesorommet. Elevenes lek og andre fysiske aktiviteter finner sted i det tredimensjonale mesorommet.

Romforståelse er et sammensatt begrep. Med romforståelse mener jeg mestring av både romlig *visualisering* og romlig *orientering*, nærmere forklart i teksten til figur 2.8, kapittel 2.9.1. I denne oppgaven kommer jeg mest inn på romlig visualisering, jeg går kun i liten grad inn på romlig orientering.

I følge Clarke and Helme (1998) er en oppgaves kontekst tosidig. På den ene siden har vi konteksten som eleven møter oppgaven i, *den interaktive konteksten*. På den andre siden har vi situasjonen som er beskrevet i oppgaven, *den figurative konteksten*. Samspillet mellom disse to munner ut i en personlig oppgavekontekst som gir oppgaven mening, slik at problemløsningsprosessen kan komme i gang (kapittel 2.12.1). Veien fra ureflektert, kontekstavhengig kunnskap til kontekstfri, generalisert kunnskap ser ut til å gå via bevisst kontekstbehersking (Kapittel 2.12.2).

Tradisjonen innenfor norsk skolematematikk har vært å legge stor vekt på figurativ kunnskap. Nå er vi inne i en overgangsperiode der pugging av regler må vike stadig mer til fordel for selvstendig tankevirksomhet. L-97 vektlegger at elevene skal lage oppgaver selv, og etterpå blir oppgavene løst av enten dem selv eller medelever. I matematikkdelen av L-97, under arbeidsmåter i faget, står følgende (s155):

Elevenes erfaringer, deres tidligere kunnskaper og de oppgaver de stilles overfor, blir vesentlige elementer i læringsprosessen. Elevene konstruerer selv sine matematiske begreper.

.
.
.

Utgangspunktet bør være meningsfylte situasjoner, og oppgaver og problemer bør være realistiske slik at de virker motiverende på elevene.

.
.
.

I vid forstand er geometri den delen av matematikken som dreier seg om å danne og bruke visuelle forestillinger.

Kapittel 3 TIMSS og TIMSS-Repeat

TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) er et internasjonalt prosjekt som handler om matematikk og naturfag i skolen. Det er en sammenlignende studie av realfagsundervisning i skolen fra barnetrinn til videregående skole. 45 land og nesten en million elever fra 15000 skoler deltok, TIMSS er uten tvil det største og mest ambisiøse komparative prosjekt som er utført innen utdanning.

TIMSS ble gjennomført i regi av en internasjonal organisasjon for utdanningsforskning, International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA), med internettadresse <http://www.iea.nl/>. IEA ble grunnlagt i 1960 som en sammenslutning av forskningsmiljøer som driver komparative faglige studier. Idéen bak organisasjonen IEA var et ønske om "verden som et pedagogisk forskningslaboratorium". Den første studien var FIMS (First International Mathematics Study) i 1964. IEA har gjennomført flere internasjonale studier i matematikk og naturfag, og i 90-årene startet IEA TIMSS. Det internasjonale senteret for prosjektet ligger ved Boston College i USA, og blir ledet av Albert Beaton. I Norge har Institutt for Lærerutdanning og Skoleutvikling (ILS) ved Universitetet i Oslo hatt ansvar for all tilrettelegging og gjennomføring. Svein Lie har vært prosjektleder.

3.1 TIMSS

3.1.1 Målsetting for TIMSS

Målsettingen var å komme fram til hvilke faktorer som best fremmer læring, og prosjektet analyserte data på følgende tre nivåer: *Systemet*, *klasserommet* og *elevene*. Fagplaner er anerkjent som en variabel når det gjelder å forklare forskjeller mellom ulike skolesystemer og resultater til elever. Ulike aspekter ved læreplanen og sammenhengen mellom disse aspektene sto sentralt i TIMSS. De tre nivåene:

Systemet: Intended Curriculum (den intenderte læreplan) - hvordan ble det som står i lærebøker og læreplaner tilrettelagt av myndighetene og samfunnet?

Datainnsamling foregikk ved nasjonale spørreskjemaer, læreplananalyser og lærebokanalyser.

Klasserommet: Implemented Curriculum (den implementerte læreplan) - Hvordan ble den intenderte læreplanen satt ut i livet? Faktorer som ble analysert på dette nivået var lærernes utdanning og holdninger, undervisningsmetoder, hvilke emner som ble undervist, arbeidssituasjon. Videre ble søkelyset rettet mot lekser, prøveformer, lærersamarbeid. Datainnsamling foregikk ved spørreskjemaer til elever og lærere om hva som foregår i klasserommet, hvordan de ulike emnene blir vektlagt, elevenes hjemmebakgrunn, hva elevene gjør i fritiden, klassemiljø.

Elevene: Attained Curriculum (den resulterte læreplan). Hva er oppnådd i form av kunnskaper og holdninger? Prosjektet hadde som mål å beskrive og sammenligne elevprestasjoner både nasjonalt og internasjonalt og forsøke å forklare og forstå forskjeller i prestasjoner i forhold til elevenes bakgrunn og holdninger. Elevene svarte på spørreskjemaer og faglige prøver, både skriftlig og en praktisk prøve.

3.1.2 Utvelging og utprøving av elever og oppgaver

Tre populasjoner ble undersøkt.

Populasjon 1: De to klassetrinnene med flest 9-åringer.

Populasjon 2: De to klassetrinnene med flest 13-åringer

Populasjon 3: Det siste året i videregående skole.

I Norge var elevene i populasjon 2 fra 7. og 8.klasse, etter betegnelse fra *etter* 6-åringene kom inn i norsk skole (kapittel 1.4). I populasjon 2 deltok nesten 6000 elever fra 260 skoler. I Norge ble det dessuten gjennomført en mindre tilleggsundersøkelse blant elever på 9. klassetrinn. Denne tilleggsundersøkelsen ble gjennomført i etterkant av hovedundersøkelsen i TIMSS.

Det var 8 forskjellige oppgavehefter i TIMSS. Hver elev skulle besvare kun ett hefte og det var gitt på forhånd hvem som fikk hvilket hefte. Elev nummer 1 fikk hefte nummer 1, elev nummer 2 fikk hefte nummer 2 osv, elev nummer 8 fikk hefte nummer 8, elev nummer 9 fikk hefte nummer 1 osv. Dersom siste elev fikk hefte nummer 4, så fikk elev nummer 1 i neste klasse hefte nummer 5. Totalt var det 151 matematikkoppgaver hvorav 125 flervalgsoppgaver og 26 åpne oppgaver.

Etter at elevene hadde besvart oppgaveheftet, svarte de på et elevspørreskjema. Hensikten var å belyse noen av de bakgrunnsfaktorene som kan være av betydning for elevprestasjoner i matematikk og naturfag. Elevene skulle svare på hvilket kjønn de var, hvilke aktiviteter de var med på utenom skolen, om de hadde pc hjemme med mer. I tillegg ble det gjennomført en praktisk prøve der 50 skoler deltok.

Hovedinnsamlingen av data i TIMSS foregikk våren 1995. Før det ble det gjennomført en pre-pilottest, en pilottest og en generalprøve.

Pre-pilottesten ble gjennomført høsten 1991 og hovedhensikten med den var å teste rutinene ved nasjonale prosjekter. I tillegg var det viktig å prøve ut gjennomføringen av kontakt med skoler - foruten oversetting, retting og koding av oppgaver.

Pilottesten ble gjennomført våren 1993 (Kleve, 1994) og var i første rekke en utprøving av oppgaver. Alle landene som var med, ble forelagt en timeplan fra TIMSS-International. Her var hovedhensikten å hente informasjon om hvordan bakgrunnsspørsmålene og fagoppgavene fungerte nasjonalt og internasjonalt. Alle oppgavene på pilottesten ble vurdert i forhold til de enkelte lands fagplaner.

Av praktiske grunner deltok elever fra 3 kommuner nær Oslo. Et utvalgsantall på 125 elever per hefte ble benyttet for å sikre seg minimum 100 elever per hefte. Til sammen 473 elever deltok på pilottesten.

3.1.3 Krav til oversetting

Ulike oversettelser kan gjøre vanskegraden forskjellig, derfor ble det stilt strenge krav til oversettelsesprosedyrene. De nasjonale senterne i hvert land var ansvarlige for å oversette og ferdigstille oppgavene. Det var stilt krav om å finne ord og uttrykk som var så lik den engelskspråklige versjonen som mulig, og krav om å passe på at vanskegraden skulle bli så lik som mulig både når det gjaldt det faglige innholdet og lesbarheten. Kulturelle forskjeller skulle minimaliseres og layouten skulle være lik for alle land. Alle oppgaver og spørsmål måtte oversettes av minst to uavhengige personer som hadde god språklig og faglig kompetanse, og som hadde god kjennskap til de aktuelle elevgruppene. En tredje person måtte være med i diskusjonen av oversettelsene. Det internasjonale senteret godkjente oppgavene til slutt.

3.1.4 TIMSS-resultater

Norske resultater fra TIMSS er publisert i flere bøker. Boka "Hva i all verden skjer i realfagene? Internasjonalt lys på trettenåringers kunnskaper, holdninger og undervisning i norsk skole" av Svein Lie, Marit Kjærnsli og Gard Brekke (Oslo, 1997) inneholder både nærmere presentasjon av TIMSS og resultater fra populasjon 2. Boka "Hva i all verden kan elevene i matematikk" av Gard Brekke, Truls Kobberstad, Svein Lie og Are Turmo (Oslo, 1998) inneholder alle oppgavene i tillegg til resultater fra populasjonene 1 og 2. Boka "Hva i all verden gjør elevene i realfag?" av Per Morten Kind, Marit Kjærnsli, Svein Lie og Are Turmo (Oslo, 1999) inneholder

praktiske oppgaver med resultater. Informasjon og lenker finnes også på det norske nettstedet <http://www.ils.uio.no/timss2/>

Gjennomsnittsskåren på alle 23 geometrioppgavene i TIMSS er 47% for norske elever mens det internasjonale gjennomsnittet er 53%. Tilsvarende tall fra Tsjekkia, Singapore og Litauen er henholdsvis 62%, 70% og 46%.

Det er større variasjon mellom landene i geometri enn i noen av de andre områdene. Oppgavene krever at elevene kan visualisere geometriske figurer og at de kan vise sine oppfatninger av egenskaper til forskjellige figurer. (Lie, Kjærnsli & Brekke, 1997, s53).

En av geometrioppgavene omhandlet rotasjon i rommet. Elevene fikk vist en tredimensjonal figur som skulle gjenkjennes etter at den var rotert. Brekke, Kobberstad, Lie & Turmo (1998, s64) skriver: *"Vi merker oss at norske 8. klasseelever gjør det betydelig bedre enn det internasjonale gjennomsnittet. Det er meget få geometrioppgaver dette er tilfellet for."*

Innen gruppen oppgaver som er rene regneoppgaver med tall, skåret de norske jentene høyere enn guttene på nesten alle oppgavene. Gjennomsnittsskåren lå 2,5 prosentpoeng høyere enn for guttene. Lie, Kjærnsli & Brekke (1997, s53) skriver: *"Disse resultatene støtter opp under resultater fra andre undersøkelser som viser at jenter er flinkere enn gutter når det gjelder formell matematikk."*

Den oppgaven der forskjellen i skåre var størst i guttenes favør, viste en grafisk fremstilling av bremselengde som funksjon av hastighet. Elevene skulle lese av grafen og finne hastigheten til en bil når bremselengden var gitt. Lie, Kjærnsli & Brekke (1997, s76): *"Noen vil hevde at dette er rimelig siden konteksten handler om biler, hastighet og bremselengde, noe som jo er en mer typisk gutte- enn jentekontekst."* For 8. klasse er det norske resultatet på denne oppgaven 16 prosentpoeng bedre enn det internasjonale gjennomsnittet. Norge presterer her fullt på høyde med Singapore og de andre landene som jevnt over skårer helt i toppsjiktet. Brekke, Kobberstad, Lie & Turmo, (1998, s95): *"Internasjonalt gjør guttene det gjennomsnittlig 8 prosentpoeng bedre enn jentene. Den tilsvarende forskjellen i norsk 8. klasse er hele 12 prosentpoeng."*

To av de oppgavene som guttene skåret høyest på, handlet om prosentregning. Teksten til den ene var: *"I fjor var det 1172 elever på Berg skole. I år er det 15% flere elever på skolen. Omtrent hvor mange elever er det på Berg skole i år?"* Her var svaralternativene avrundete tall, slik at oppgaven også omhandlet overslagsregning. I den norske TIMSS-rapporten til Lie m.fl. ble oppgaver der guttene gjorde det bedre enn jentene omtalt som gutteoppgaver. Tilsvarende ble oppgaver der jentene gjorde det bedre enn guttene kalt jenteoppgaver. Rapporten konkluderer med at:

Det er interessant at det er så mange geometrioppgaver blant jenteoppgavene, da det ofte blir hevdet at det er nettopp innen dette området av matematikken at det er størst forskjell mellom kjønnene. Spesielt er det pekt på i psykologisk forskning at jenter har mye større problemer med å forestille seg eller analysere tredimensjonale figurer enn gutter. Blant TIMSS-oppgavene er det et typisk tredimensjonalt problem, illustrert ved en tegning i to dimensjoner. Dette er oppgave K3. De norske og internasjonale resultatene på denne oppgaven stemmer ikke overens med disse påstandene, selv om det er 4 - 5 prosentpoeng høyere skåre blant guttene enn jentene på oppgaven.

Vi vil hevde at disse TIMSS-resultatene i geometri er med på å utfordre påstandene om kvinnens såkalte manglende evne til visuell analyse i tre dimensjoner. (Lie, Kjærnsli & Brekke, 1997, s77)

3.2 TIMSS-Repeat

Målsettingen for TIMSS var å komme frem til faktorer som fremmer læring. Prosjektet beskrev ulike aspekter ved "curriculum", i realfagene og sammenhengen mellom disse. "Curriculum" blir på norsk til "det som står i lærebøker og fagplaner". Sammenligning av ferdighetene i matematikk og naturfag mellom de forskjellige landene som deltok, sto sentralt.

TIMSS-Repeat har to hovedmål. A) å fremme informasjon om utviklingstendenser innen kognitive ferdigheter og B) å tillate andre land enn de som opprinnelig ikke deltok i TIMSS å sammenligne sine nivåer med de internasjonale resultatene.

For øvrig sies det at viktigste årsak til TIMSS-Repeat var at president Bill Clinton likte dårlig at elevene fra USA skåret lavere enn gjennomsnittet i TIMSS. Derfor har USA gitt økonomisk støtte til de landene de ønsket å sammenligne seg med, for å være sikret at det ble noe av TIMSS-Repeat-undersøkelsen.

Oppgavene var delt inn i 6 faglige emner på samme vis som i TIMSS-undersøkelsen: brøk og tallfølelse - geometri - algebra - målinger - proporsjonalitet - datarepresentasjon og sannsynlighet. Heller ikke her var det meningen at alle elevene skulle svare på alle oppgavene. Oppgavene var utformet slik at hver TIMSS-oppgave hadde en eller to tilsvarende oppgaver i TIMSS-Repeat. Endringen besto som oftest i at det matematiske innholdet var noenlunde likt, mens konteksten ble endret.

Om lag 40 land deltok i TIMSS-Repeat i 1998-99 og resultater fra denne undersøkelsen er planlagt frigitt i 2001. Ytterligere informasjon om TIMSS og TIMSS-Repeat finnes på nettstedet <http://timss.bc.edu/>

● Del B

Om undersøkelsen



Kapittel 4 Mine valg og begrunnelser

Jeg startet med å oversette TIMSS-Repeatoppgavene fra populasjon 2 til norsk. Dette skulle gjøres slik at hver enkelt oppgave fikk samme vanskelighetsgrad som den opprinnelige engelske oppgaven. Kravene til oversetting av TIMSS-oppgaver var forklart slik:

Fra tidligere studier har man erfart at språklige forskjeller og kulturelle tilpasninger har vært et stort problem for å framskaffe pålitelig informasjon. Samme tekst kan oversettes på mange ulike måter og likevel være "riktige", men ulike oversettelser kan gjøre vanskegraden forskjellig. (Lie, Kjærnsli & Brekke, 1997, s15)

Etter endt oversettelsesarbeid, skulle jeg jobbe videre med et selvvalgt utvalg av oppgaver som skulle inngå i min hovedfagsoppgave. Hovedfagsoppgaven gikk ut på å teste norske elever i matematikkoppgaver fra TIMSS og TIMSS-Repeat og deretter analysere resultatene fra testingen. Det var opp til meg å sette sammen oppgaver til min egen test, å utforme ikke-matematiske spørsmål til de elevene som skulle testes, å bestemme testens størrelse, samt å bestemme tidspunkt for testen. Aller først refererer jeg til noen problemer jeg støtte på i forbindelse med oversettelsesarbeidet.

4.1 Oversettingsproblemer

Noen av TIMSS-oppgavene var oversatt på et vis jeg var uenig i:

- Ekvivalent var oversatt til "svarer til" i oppgave K 04. Ekvivalens er et matematisk begrep og begrepet var benyttet i den engelske originalen. Ordet er riktignok vanlig brukt i engelsk dagligtale, men jeg mener de norske ungdommene ikke skulle forskånes fra det ordet. Dette er en presis matematisk betegnelse og av den grunn mener jeg den burde vært benyttet i den norske oversettelsen.
- "A straight line on a graph...." er oversatt til "En linje i en graf..." i TIMSS-oppgave I 08. Hva som går an å si på engelsk skal jeg ikke uttale meg om, men "En linje i en graf.." er ikke brukbar norsk språkføring.
- "What is the value of...." er oversatt til "Hvor stor er...." i oppgave K 08 i TIMSS. Den typen spørsmål har jeg oversatt til "Hva er verdien av..." eller "Hvilken verdi har..." slik at jeg kommer ut så likt originalen som mulig. Jeg mener det blir feil å utelate ordet verdi.

For øvrig mistenker jeg norsk skoletradisjon for å lide av et "matematikk-språk-mindreverdighets-kompleks" som fører til at vi bruker et forenklet språk, fordi vi ikke våger å la elevene utvikle ordforrådet sitt. Dette er nærmere utdypet i kapittel 2.4.2.

I forbindelse med oversettingen av TIMSS-Repeat-oppgaver møtte jeg følgende problemer:

- *Which* på engelsk kan være både entall og flertall. På norsk måtte jeg bruke *hvilket* eller *hvilke*. Det medførte at oppgaven forandret vanskelighetsgrad ved å bli oversatt til norsk.
- Flere oppgaver hadde lange engelske setninger. På norsk var det naturlig å dele opp slike setninger, men selvsagt kunne jeg valgt et tungt språk med like mange setninger som i originalen.
- Noen enkeltord voldte meg en del besvær: *To run* på engelsk - for meg er det naturlig å oversette det til *å springe*, mens en østlending ville sagt *å løpe*. Har dette noe å si for elevenes løsning av oppgavene, og - hvor fremmed kan språket bli fra elevenes dagligtale uten at det får konsekvenser for de faglige prestasjonene? Er det naturlig å la elevene møte det norske språkmangfoldet i matematikkoppgaver?
- *To turn* på engelsk - skulle jeg oversette det til *å snu*, *å dreie*, *å rotere*, *å vri* eller hva? Her følte jeg meg dratt mellom to poler: På den ene siden kravet til at oversettelsen skulle være så lik originalen som mulig, og på den andre siden ønsket om å benytte et så presist matematisk språk som mulig. Det er fort gjort å ende opp med litt for upresise hverdagslige begreper som ikke er holdbare matematisk sett. Flere ganger stilte jeg meg spørsmålet om vi nordmenn bruker for

sleivete og upresise begreper for å (misforstått?) skåne elevene? Er vi her i Norge for redde for å benytte fremmedord i matematikkoppgaver? Jeg skal ikke gå nærmere inn på de spørsmålene i denne oppgaven.

4.2 Utvalg av oppgaver

Oversettelsesarbeidet førte til at jeg fikk god oversikt over alle TIMSS-Repeat-oppgavene. Etter endt oversetting gikk jeg i gang med å velge ut oppgaver til 3 noenlunde like oppgavehefter: Hefte I inneholdt kun TIMSS-Repeatoppgaver, hefte II inneholdt halv om halvt med TIMSS-oppgaver og TIMSS-Repeat oppgaver, hefte III inneholdt kun TIMSS oppgaver. Hvert hefte inneholdt 28 flervalgsoppgaver og en oppgave der eleven selv skulle skrive opp svarene på to spørsmål. Dette ble passe arbeidsmengde for en test som skulle vare en skoletime. Samtlige TIMSS-oppgaver som er benyttet i min test, finnes i vedlegg 10 i Appendix. TIMSS-Repeat-oppgavene er ikke gjengitt fordi de ikke er frigitt i skrivende stund. De forventes frigitt våren 2001. Organiseringen av oppgaver i heftene er nærmere omtalt i kapittel 5.3.2 i forbindelse med statistiske vurderinger av testen.

Oppgavene i TIMSS blir referert til ved en bokstav og et nummer som er lavere enn 20. Oppgavene i TIMSS-Repeat blir referert til ved bokstaven M og et 6-sifret tall som starter med sifrene 022.

Symmetrier, rotasjoner og mønstre

Brekke, Kobberstad, Lie & Turmo (1998, s63) skriver:

En av de kanskje tydeligste forandringene om vi sammenligner M-87 og L-97, er at den klassiske geometrien er dempet ned til fordel for den moderne geometrien. Moderne geometri omtales også som dynamisk geometri for å vise at den blant annet dreier seg om symmetrier, rotasjoner og mønstre; det dynamiske perspektivet ved figurer og former. Det er betegnende at selve begrepet geometri på småskoletrinnet i L-97 er erstattet med termen "rom og form".

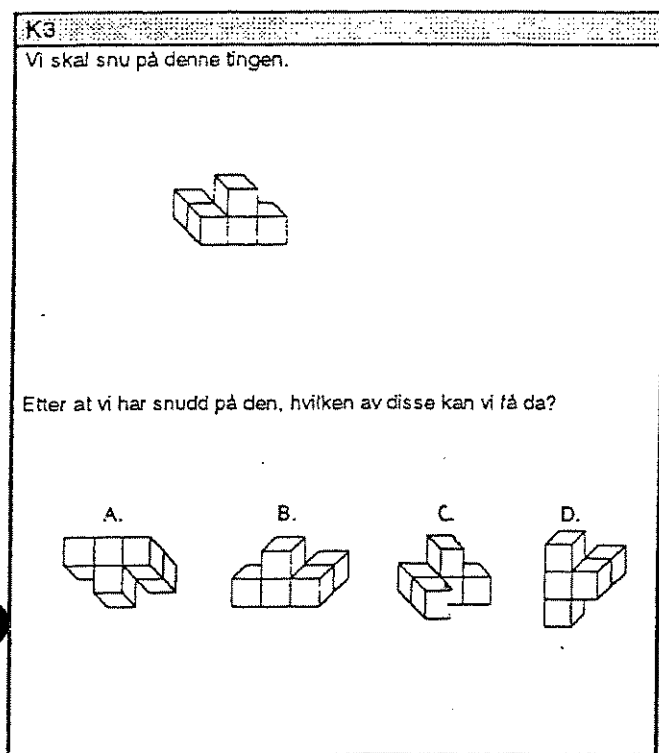
Jeg valgte å se nærmere på to av geometrioppgavene som omhandler rotasjon. Her forventet jeg å kunne finne forskjeller i skåre mellom de som drev aktivt med snowboard og skateboard og øvrig ungdom. Disse to oppgavene kunne løses uten å anvende kunnskap som elevene hadde lært i matematikktimene på skolen. Oppgavene er gjengitt i figur 4.1 og figur 4.2. Det fantes en TIMSS-Repeat-variant av hver av disse to oppgavene.

Den ene av disse oppgavene hadde tredimensjonalt matematisk innhold, oppgave K 03, den var relevant i forhold til jentenes antatte dårlige romforståelse (kapittel 2.9.2 og 3.1.4). Oppgaven omhandler *observert rotasjon i rommet*, den er gjengitt i sin helhet i figur 4.1. Lie, Kjærnsli & Brekke (1997, s56) kommenterer:

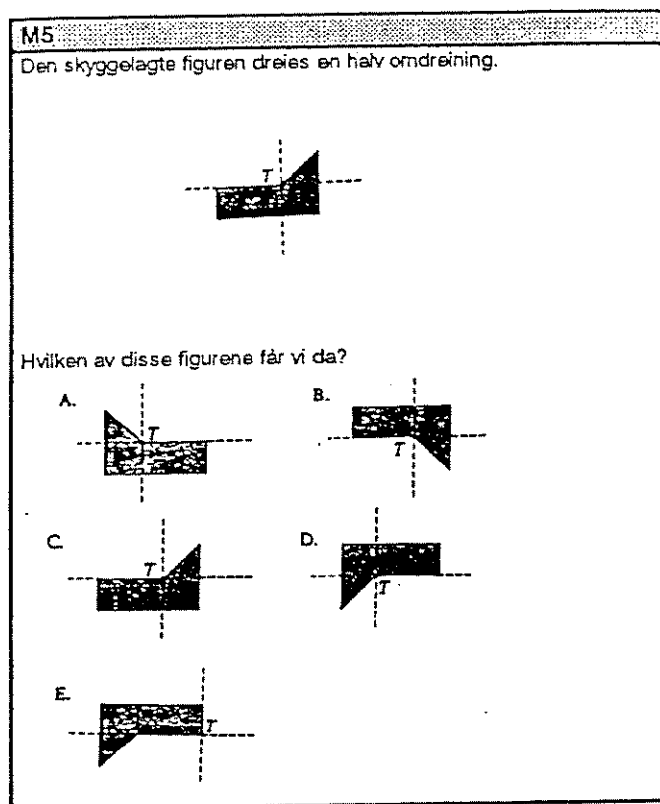
.. Umiddelbart vil en kunne tro at dreining av romfigurer er mer vanskelig enn planfigurer, som var problemet i oppgave O 08. Denne oppgaven er imidlertid mindre formell enn oppgave O 08. Den krever ikke at en må bygge på en innlært kunnskap, men kan løses ved å se disse figurene i rommet...

Oppgave M 05 er vist i figur 4.2. Oppgaven omhandler *observert rotasjon i planet*, en oppgave med todimensjonalt matematisk innhold. På denne oppgaven presterte de norske elevene omtrent likt med det internasjonale gjennomsnittet i TIMSS-undersøkelsen. Oppgave M 05 med resultater er drøftet Brekke m.fl sin bok (Brekke, Kobberstad, Lie & Turmo, 1998). Både oppgave K 03 og M 05 står omtalt i tabell 4.1, oversikt over oppgavene i heftene, sammen med min forhåndsvurdering.

En tredje oppgave om rotasjon forutsatte kjennskap til formell matematikk, det er oppgave O 08 som er nevnt i sitatet ovenfor. Den oppgaven er også med i testen, men jeg foretar ikke egne analyser av testskåre på den oppgaven.



Figur 4.1 Oppgave K 03 fra TIMSS



Figur 4.2 Oppgave M 05 fra TIMSS

Øvrige matematiske emner

I tillegg til de tre TIMSS-oppgavene om rotasjon valgte jeg ut to andre TIMSS-oppgaver som omhandlet romforståelse til min test. Det var en oppgave om formlikhet, J 15, og en oppgave om å plassere et visst antall trekanter inn i en gitt figur, R 11. Begge de to oppgavene er gjengitt i vedlegg 10 i Appendix. Disse fem geometrioppgavene sammen med sine TIMSS-Repeat-varianter utgjorde 12% av testoppgavene.

Emnet tall og tallregning syntes jeg nødvendigvis måtte inngå i testen, da det representerer mye av grunnlaget for elevenes øvrige matematikk-kunnskaper. Mer enn 2/5 av oppgavene i min test var fra dette emnet. Jeg hadde også med noen oppgaver fra emnet målinger.

Sannsynlighetsregning er stemoderlig behandlet i de fleste M-87-godkjente lærebøkene. I og med at emnet går igjen i eksamensoppgavene, så pleier mange lærere å sørge for at elevene får undervisning i emnet - i løpet av den siste høsten eller våren på ungdomsskolen. Her hadde jeg tilgang på oppgaver i sannsynlighetsregning der konteksten varierte, mens det matematiske innholdet var temmelig likt.

Proporsjonalitet er et emne som de norske elevene i populasjon 2 taklet dårlig i TIMSS-undersøkelsen, derfor syntes jeg det ville være interessant å analysere elevsvar på noen slike oppgaver.

Algebraoppgaver utgjorde 20% av testen, etter min oppfatning var de fleste av dem ikke-rutine-problemer. Ingen av oppgavene i min test var med i gruppen oppgaver som Brekke m.fl. karakteriserte som formell algebra (Brekke, Kobberstad, Lie & Turmo, 1998). Ett av heftene inneholdt to algebraoppgaver om funksjoner, mens de to andre heftene inneholdt kun en slik oppgave.

Kontekst

Jeg ønsket å studere hvorvidt oppgaver med noenlunde likt matematisk innhold og ulik kontekst hadde ulik løsningsfrekvens hos jenter og gutter. Dette hadde jeg rikelig mulighet til fordi oppgavene i TIMSS-Repeat var konstruert som varianter av TIMSS-oppgavene. Derfor valgte jeg ut flere oppgavepar med stor kontekstvariasjon. Dette omtaler jeg nærmere i kapittel 5.3.1 der jeg kommer med statistiske betraktninger rundt antall oppgaver og antall elever i testen.

TIMSS-oppgavene er frigitt, og samtlige TIMSS-oppgaver i min test er gjengitt i vedlegg 10 i appendix. TIMSS-Repeat-oppgavene ikke blir frigitt før i år 2001.

Jeg har satt opp en oversikt over de oppgavene jeg har gått mest inn på i denne oppgaven, oversikten står i tabell 4.1. Jeg har beskrevet oppgavens kontekst og deres matematiske innhold. Jeg har også anført en egen rubrikk for mine kommentarer før testen ble avholdt. Kommentarene dreier seg hovedsakelig om hvorvidt TIMSS-Repeat-oppgavene og TIMSS-oppgavene har lik vanskelighetsgrad eller ikke sammen med min begrunnelse. TIMSS-oppgaver i min test som er kommentert i Lie, Kjærnsli & Brekke (1997) er følgende (TIMSS-emneklassifisering er skrevet i parentes): J 14 (tall), O 02 (overslag og tallfølelse), N 16 (tall), N 11 (tall), O 08 (geometri), K 03 (geometri), K 07 (sannsynlighetsregning), J 10 (målinger), M 01 (målinger), I 03 (målinger). Slike oppgaver har jeg merket med **F*** i tabell 4.1. Alle TIMSS-oppgavene er gjengitt og kommentert i boka "Hva i all verden kan elevene i matematikk?" av Brekke, Kobberstad, Lie & Turmo (1998).

TIMSS		TIMSS-Repeat		Min forhåndsvurdering.
Nr id (hefte)	label	Nr M022... / (hefte)	label	
I09 (III)	Kuler i pose. Hvilken farge er mest sannsynlig å trekke?	020 (II)	Biler i ulik farge. Hvor stor del er røde?	Her bør det være lik vanskelighetsgrad på alle tre oppgavene, men det kan fort være skjær i sjøen.
		252 (I)	Lykkehjul. Hvilken farge er minst sannsynlig å stoppe på?	
J15 (II og III)	2 av 4 trekkanter er formlike. I og II ved siden av og opp ned, men III også opp ned.	033 (I)	2 av 4 trekkanter formlike. I – III med AB til grunnlinje, I og 4 formlik.	Figurene er ikke ved siden av hverandre i repeatopp. Trolig vanskeligere.
K03 (II og III) F*	Figur av 5 klosser roteres 180° og snues opp ned. Liten tegning.	049 (I)	Figur av 4 klosser roteres 90° Stor tegning.	Repeatoppgaven er større og mer oversiktlig og står alene på ei side i heftet, og roteres ikke så mye. Derfor enklere?
L11 (III)	En gummiball slippes fra et tak. Spretter opp igjen til ½ av høyden. Hvor langt har den beveget seg tredje gang den treffer bakken?	078 (II)	En heis går opp og ned. Hvor langt har heisen kjørt?	078 inneholder heltall. ½ er lettere å regne med enn 1/3.
		248 (I)	Ball slippes fra vindu i gitt høyde. Spretter opp igjen til 1/3 av høyden. Ballens distanse 3. gang i bakken?	
L12 (III)	Fire elever tok ulikt antall skritt over et rom. Hvem tok lengst skritt?	079 (II)	Gitt skrittlengde. Hvem bruker flest skritt på å gå korridor?	079 er lettere enn L12, multiplikasjon er lettere enn divisjon. 080 er vanskeligst, elevene forventer at hastighet er vanskelig.
		080 (I)	Hvilken bil har høyest gjennomsnittsfart?	

TIMSS		TIMSS-Repeat		Min forhåndsvurdering.
Nr id (hefte)	label	Nr M022... / (hefte)	Label	
L13 (II og III)	★ og □ ordnet i mønster 1-1-2-2-3-3 (likt med △ og ○)	082 (I)	★ og □ ordnet i mønster 1-1-3-2-5-3 (likt med △ og ○)	I TIMSS-oppgaven øker antallet jevnt, i TIMSS-Repeatoppgaven er antallet tilfeldig. Mulig at Repeatoppgaven er vanskeligere?
M04 (II)	4 ulike brøker mellom $\frac{1}{2}$ og 1. Hvilket tall er størst?	104 (I)	4 ulike brøker fra $\frac{5}{12}$ til $\frac{5}{6}$. Hvilket tall er minst?	Gode diagnostiske oppgaver i brøkrekning. Antatt like vanskelige.
M05 (II og III)	Rotasjon av 6-kantet figur om punkt i planet	105 (I)	Rotasjon av rettvinklet trekant om punkt i planet.	Løsninga bør uttrykke forståelse for 180°
O02 (III) F*	Prisøking på en vare fra 60 kr – 75 kr. Hvor mange %?	139 (II)	Buss kjører mellom 2 byer. Reduksjon i tid fra 25-20 min. % reduksjon i reisetid?	Øking bør være enklere enn reduksjon. Minutter er i 60-tallsystemet og muligens vanskeligere å regne med enn penger? Interessant oppgave.
		141 (I)	Prisøking på blyant fra 36 cent til 45 cent. Prisøking i %	
R07 (III)	Gitt tykkelsen på bunke med rundt antall ark. Hva er tykkelsen til ett ark?	206 (I)	Gitt totalvekt av en haug med rundt antall saltkrystaller. Hva veier ett krystall?	206 var både nr 8 og nr 25 i samme hefte. Like svar? 207 bør være enklest fordi der er multiplikasjon og ikke divisjon. Dessuten er saltkrystaller et litt fjernt ord som kan skremme en del folk.
		207 (II)	Gitt tykkelse på ett ark papir. Hva blir høyden på en stabel med et rundt antall ark?	
R10 (II og III)	Hvor mange rettvinklede trekanten trengs for å dekke et trapes med samme høyde?	213 (I)	Hvor mange rettvinklede trekanten trengs for å dekke et rektangel med dobbelt så stor høyde?	Spennende. Oppgavene bør være like vanskelige. Resultatet skal sammenlignes med geometrioppgavene som omhandler rotasjon.

Tabell 4.1 Noen av oppgavene fra heftene sammen med min forhåndsvurdering.

4.3 Ikke-matematiske spørsmål i heftene

Forskjellene i skåre mellom jenter og gutter er interessante. Resultatene fra *populasjon 3* i TIMSS viste at Norge er *verdensmester* i kjønnsforskjeller innen matematikk. I min test måtte elevene først svare på om de var jente eller gutt. Jeg har mer enn en gang hørt påstanden "jenter har dårligere romsans enn gutter" uten å ha sett tall som bekreftet påstanden. Jeg har valgt å betrakte påstanden som en myte inntil det motsatte er bevist.

I TIMSS-undersøkelsen ble elevene spurt om de drev på med aktiviteter utenom skoletiden. Lie, Kjærnsli & Brekke (1997, s185) konkluderte slik:

Det er klare sammenhenger mellom aktivitet og faglige prestasjoner, men denne sammenhengen er *ikke* lineær. Det fremgår veldig tydelig at både de som ikke gjør aktiviteten i det hele tatt og de som gjør veldig mye av den, i gjennomsnitt skårer lavt. Vi kan uttrykke det ved å si at "den gylne

middelvei "fører til best resultat. Men vi fanger nok sammenhengen bedre ved å snu argumentet: Flinke elever har en tendens til å gjøre litt av alt.

I samme bok viser de matematikkskåre som funksjon av timer til sport hver dag og det fremgår at det er positiv korrelasjon. De elevene som anvender inntil 2 timer til sport hver dag, skårer signifikant høyest, $p < 0.05$. De som skåret lavest, var de som ikke drev med sport overhodet og de som drev med sport mer enn 3 timer per dag.

Jeg spurte ikke hvor mye *tid* elevene brukte *per dag*. Mine spørsmål var utformet slik: "Hvor ofte gjør du dette utenom skoletid?" Elevene fikk listet opp flere alternative aktiviteter i nevnte rekkefølge:

- a) spiller fotball
- b) driver med skateboard/snowboard
- c) driver med riding
- d) driver med sport/idrett som ikke er fotball/skateboard/snowboard/riding
- e) tegner/maler eller driver med annen formingsaktivitet
- f) holder på med dyr
- g) spiller et musikkinstrument.

Svaralternativene var

- A: omtrent hver dag
- B: omtrent en gang i uka
- C: omtrent en gang i måneden
- D: sjelden eller aldri

TIMSS konkluderte med at flinke elever har en tendens til å gjøre litt av alt. Jeg lurte på om det ville la seg gjøre å finne noen sammenheng mellom spesielle aktiviteter og kunnskaper innen geometri.

Innføringen av skateboard og snowboard er det eneste nye som jeg vet har blitt tilført den norske ungdomskulturen den senere tid. Kunne dette ha påvirket norske elevers matematikk-forståelse på noe vis? Mange av dem som driver med snowboard om vinteren, driver med skateboard når det er fritt for snø. Hvis elevene fikk et spørsmål om skateboard og et om snowboard, kunne jeg risikere at de aktuelle elevene brukte energien på å fokusere på skillet mellom ulikt aktivitetsnivå på de to aktivitetene. Derfor var alternativ b) ovenfor utformet slik at det ikke ble skilt mellom de to aktivitetene.

4.4 Utvalg av elever til testen

Til sammen 12 skoler deltok i TIMSS-Repeat, jeg omtaler den undersøkelsen som min test. Elevene som gikk i 10. klasse skoleåret 1998/99 var de siste som fulgte M-87. TIMSS-testen ble utført på elever som fulgte M-87, derfor valgte jeg å teste elever fra dette årskullet. Jeg underviste på 10. klassetrinn den høsten undersøkelsen foregikk. Testen foregikk tidlig på høsten, slik at det hovedsakelig var 9. klasse-kunnskaper som ble testet. Skolene som deltok var en skole fra Oslo, to småbyskoler fra Østlandet, fem skoler fra tettsteder nær Oslo, to nordnorske byskoler og to nordnorske distriktsskoler. I kapittel 5 kommer jeg nærmere inn på utvalg av elever og skoler, det kapitlet handler om statistiske vurderinger av testen. Min veileder og jeg plukket ut de skolene som deltok. Veileder hadde mange kontakter på Østlandet, og hun henvendte seg til skoler som hun hadde vært i kontakt med tidligere. Jeg henvendte meg til nordnorske skoler i kommuner der jeg var kjent. Skolene ble forespurt på forhånd, det var frivillig å delta. En matematikklærer eller rektor fikk først en muntlig henvendelse fra enten meg eller min veileder. De skolene som sa ja til å delta, fikk deretter en skriftlig henvendelse (vedlegg

1 i appendix). De fikk også tilsendt en svarslipp, der de skulle fylle ut hvor mange klasser og elever som skulle delta (vedlegg 2 i appendix). De skolene som deltok, fikk velge om de skulle få tilsendt resultatene eller ikke. De ble også tilbudt et eksemplar av boka "Hva i all verden skjer i realfagene?", rapporten fra TIMSS for populasjon 2. Oversikt over skoler som deltok finnes i vedlegg 6 i appendix.

På flere av skolene hadde rektor myndighet til å avgjøre hvorvidt skolen skulle delta eller ikke, etter å ha snakket med matematikkseksjonen. Andre steder var det slik at kommunen hadde svært strenge regler for å la elevene delta i undersøkelser (vedlegg 3 og 4 i appendix). På en skole var det reservasjonsrett (vedlegg 5).

4.4.1 Hva jeg sammenlignet mine resultater med

Hovedundersøkelsen i TIMSS ble utført på elever fra 7. og 8. klassetrinn; siste år på barneskolen og første år på ungdomsskolen. I Norge ble det utført en tilleggsundersøkelse på elever fra 9.klassetrinn i etterkant av hovedundersøkelsen. Det var betraktelig færre elever som deltok i denne undersøkelsen enn i hovedundersøkelsen. Elevene som deltok i min test, gikk i 10.klasse. De gjennomførte testen tidlig i skoleåret, slik at det hovedsakelig var 9.klasses kunnskaper de ble testet på. Dette innebærer at elevene som deltok i min test, var blitt undervist i om lag like mye matematikk som elevene fra TIMSS tilleggsundersøkelse.

Jeg ønsket å hovedsakelig sammenligne mine resultater med resultatene fra tilleggsundersøkelsen for 9.klassinger i TIMSS, fordi elevene i mitt utvalg i hovedsak ble testet på 9.klasses kunnskaper. Da jeg skulle finne bakgrunnsmateriale for å se hvordan gutter og jenter skåret i forhold til hverandre, møtte jeg på et problem: I Lie m.fl sin bok om norske trettenåringers resultater på TIMSS hovedundersøkelse er det både oversikter og analyser av "*gutteoppgaver*", *oppgaver der guttene gjør det bedre enn jentene*" (Lie, Kjærnsli & Brekke, 1997, s76). Det samme gjelder for de tilsvarende jenteoppgavene. Det fantes ingen slik oversikt over gutteoppgaver og jenteoppgaver i analysene av resultater fra TIMSS tilleggsundersøkelse for 9.klassinger. Jeg kunne heller ikke se at forskjellene i elevskåre fra 8. til 9. klasse var verken store eller signifikante. Derfor valgte jeg å sammenligne resultatene på jenteoppgaver og gutteoppgaver i min test med resultatene til trettenåringene i TIMSS hovedundersøkelse. Jeg kommenterer dette nærmere i kapittel 6.1.2.

4.5 Organisering og gjennomføring

Organisering og gjennomføring av testen ble lagt etter samme mal som i TIMSS-undersøkelsen (kapittel 3.1.2). Heftene ble lagt i en svær bunke ferdig blandet etter nummer 1-2-3-1-2-3-1-2-3- osv. I tillegg fulgte det med to reservehefter til hver klasse i tilfelle det var kommet til noen nye elever. Den første klassen fikk tildelt 23 hefter. Det siste heftet de fikk var da et hefte nummer 2. Neste klasse startet da med hefte nummer 3.

Læreren fikk god tid i forveien tilsendt "Manual for utprøving av oppgaver til TIMSS-Repeat" (vedlegg 7 i appendix), der det ble gitt informasjon om hvordan testen skulle foregå. I tillegg ble læreren også bedt om å føre opp standpunktkarakterene på ei vedlagt elevliste (vedlegg 8 i appendix). Elevene i hver klasse skulle nummereres, og det var opp til faglærer om nummereringa var alfabetisk eller om det ble valgt et tilfeldig system. Læreren ble bedt om å ta vare på oversikten over elevnumrene inntil videre, i tilfelle det skulle bli bruk for den. På et eget testskjema (vedlegg 9 i appendix) ble læreren bedt om å føre opp klokkeslett for start og slutt, samt føre på eventuelle kommentarer til hvordan testen forløp.

Både manualen, testskjemaet og elevlista var lagd etter modell fra TIMSS. Marit Kjærnsli og Liv Sissel Grønmo fra ILS hjalp meg med å skrive manualen. Hele testen, inklusiv informasjon, pluss spørsmålene om fritidsaktiviteter og kjønn, var beregnet gjennomført i løpet av en skoletime. Elevene hadde 35 minutter til disposisjon for å løse 28 flervalgsoppgaver og én todelt

åpen oppgave. Dette var like mye tid som på TIMSS-testen. Testene ble utført i løpet av perioden 13.10.98 – 09.11.98. Testmanualene ble tilsendt god tid i forveien. I utgangspunktet var det påmeldt 738 elever fra 31 klasser (12 skoler) til testen og av dem var det 87% som besvarte testen. I alle timer vil det forekomme elever som er hos tannlegen, er syke eller har annet gyldig eller ugyldig fravær. De som hadde fravær i den aktuelle timen, fikk ikke anledning til å ta testen en annen gang. I kapittel 5 kommer jeg nærmere tilbake til dette når jeg skriver om statistiske vurderinger av testen. Både besvarelsene og de ubrukte oppgavesettene ble returnert per post til ILS i Oslo. Eneste unntak var at jeg selv hentet besvarelsene fra en av Oslo-skolene.

4.6 Koding av besvarelsene

Jeg kodet alle elevbesvarelsene etter samme system som var brukt på TIMSS. Alle data ble lagt inn i en svær datamatrikse i statistikkprogrammet SPSS. Svaralternativ a ble kodet til 1, b ble kodet til 2 osv. Ugyldig svar ble kodet til 8 og ubesvart ble kodet til 9. Med jevne mellomrom foretok jeg kontroller for å unngå feilkoding. Om lag hver 20. besvarelse ble kontrollert.

Jeg jobbet en god del hjemme i Tromsø med dataprogrammet Excel. Besvarelsene fra flere av skolene ble kodet i Excel og etterpå kopiert over i SPSS når jeg kom til Oslo. Hver oppgave fikk et variabelnavn som svarte til oppgavenummeret og en kort label som beskrev oppgavens innhold. Deretter rekodet jeg alle oppgavene og ordnet dem alfabetisk, slik at det ble enklere å finne frem. Riktig svar ble rekodet til 1 og ikke riktig svar ble rekodet til 0. Svarene på hvorvidt elevene drev med aktiviteter utenom skoletida, ble rekodet til 1 hvis de drev med den aktuelle aktivitet ukentlig eller oftere, 0 ellers.

Etter at alle oppgavene var ferdig kodet, hadde jeg tre store datamatriser - én for hvert hefte. Da fikk jeg hjelp av Marion Lunde Caspersen på ILS til å sy dem sammen. Nå kunne jeg regne ut elevenes poengsum. Våren 1999 fikk jeg med meg SPSS hjem. Arbeidet ble betraktelig mer effektivt når jeg kunne sitte hjemme og utføre analyser.

I hefte I forekom samme oppgave to ganger, i kapittel 5.3.4 kommer jeg nærmere inn på dette. Endelig poengsum til elevene som løste oppgavene i hefte I, ble beregnet på følgende vis: Poengsummen til oppgave M 022206 ble multiplisert med 0,5 begge gangene den dukket opp. Heftene II og III hadde 30 oppgaver som ga poeng, mens det kun ble 29 poenggivende oppgaver i hefte I. Derfor ble endelig poengsum for hefte I multiplisert med 30/29 til slutt.

● Del C

Resultater av undersøkelsen



Kapittel 5 Statistiske vurderinger av testen

Jeg hadde satt sammen tre ulike hefter med matematikkoppgaver (kapittel 4.2). De tre heftene var antatt like vanskelige. Oppgavene var plukket ut fra TIMSS og TIMSS-Repeat, og alle unntatt tre oppgaver var flervalgsoppgaver. Jeg ønsket å teste matematikk-kunnskaper hos norske tiendeklassinger, i starten av tiende klasse. Følgende spørsmål ønsket jeg å undersøke:

- a) Samsvarte standpunkt karakterene til elevene i mitt utvalg med karakterene på landsbasis?
- b) Var det tre matematikkfaglig jevnbyrdige elevgrupper som besvarte de tre heftene?
- c) Var de tre heftene like vanskelige?
- d) Samsvarte resultatene på testen med elevenes standpunkt karakterer?

29 av oppgavene i min test var med i TIMSS-undersøkelsen, derfor undersøkte jeg også følgende:

- e) Var det samsvar mellom resultatene på TIMSS-oppgavene i denne testen og resultatene på de samme oppgavene i TIMSS-undersøkelsen?

5.1 Elevene og heftene

Jeg ønsket et så representativt utvalg av elever som mulig. Elever fra både Nord-Norge og Sør-Norge deltok i testen. Jeg visste ikke om elevene som deltok i testen, var like flinke i matematikk som landsgjennomsnittet. Derfor måtte jeg sammenligne standpunkt karakterene til elevene som deltok i testen, med karakterene på landsbasis. Oppgavene var valgt ut utfra at jeg skulle teste elever på oppgaver som omhandlet rotasjon, og jeg skulle se på oppgaver med noenlunde likt matematisk innhold og ulik kontekst. Derfor kunne det hende at elevenes testskåre ikke samsvarte med standpunkt karakterene. Jeg satte sammen oppgavene til tre hefter som jeg mente var så like som mulig i vanskelighetsgrad.

5.1.1 Elever i utvalget

I TIMSS hovedundersøkelsen var det Statistisk Sentralbyrå (SSB) som utførte det endelige utvalget av skoler i samarbeid med den norske prosjektgruppa og TIMSS sentralt. For å få et effektivt utvalg, ble populasjon 2 delt i fem strata etter skolestørrelse og skoletype. I tillegg ble det foretatt implisitt stratifisering etter regioner og kommuner, kommunene ble gruppert etter SSB sin tett/spredt indeks (Lie, Kjærnsli & Brekke, 1997). De skolene og klassene som deltok i min test, var valgt ut av meg og min veileder (kapittel 4.2). Vi benyttet ikke SSB sine indekser, mitt utvalg av elever var ikke like pålitelig som elevutvalget i TIMSS. Dette innebar at jeg hadde begrensede muligheter til å generalisere utfra mine funn. Dersom jeg fant signifikans der $p < 0.05$, ville det ikke innebære reell signifikans. Selv om jeg hadde mange deltagende elever, mer enn 600, så hadde jeg ikke noen garanti for at de virkelig var representative for sitt årskull. For eksempel er det en viss mulighet for at det er større andel fysisk aktive gutter blant guttene i mitt utvalg enn i befolkningen for øvrig. Dette kommenterer jeg mer inngående i kapittel 10.2.

Ideelt sett ville jeg ønsket at samtlige elever i deltakerklassene gjennomførte testen. Jeg ønsket at klassene som deltok, i størst mulig grad skulle utgjøre et representativt utvalg av norske tiendeklassinger den høsten. Dersom for eksempel de mest umotiverte i hver klasse fikk lov til å slippe unna, ville det vært et lite representativt utvalg av elever som utførte testen. På to skoler var det kun to av fire klasser som deltok, og på tre skoler deltok to av tre klasser. Jeg vet ikke noe om hvilke kriterier som lå bak at kun enkelte klasser ved de to skolene deltok. På en skole trakk en klasse seg i siste liten fordi læreren var sykemeldt i flere uker like før testen.

I utgangspunktet skulle 734 elever deltatt på testen (vedlegg nummer 6 i appendix). De fleste som ikke deltok, hadde sykefravær og annet gyldig fravær. Til sammen 638 elever deltok, det gir en fraværspersent på 13. Det var størst frafall blant elevene som var tildelt hefte I, tabell 5.2 viser dette. I utgangspunktet skulle like mange elever besvartoppgavene i hvert av de tre heftene. I praksis var det 188 elever som løste oppgavene i hefte I, mens det var henholdsvis 226 og 217 elever som løste oppgavene i hefte II og III.

Mitt utvalg av elever er ikke tilfeldig valgt av SSB, og det var heller ikke like representativt som elevutvalget i TIMSS hovedundersøkelse. I mine analyser av elevsvar vil jeg peke på forskjeller og bruke signifikans for å understreke de største forskjellene.

Reservasjonsrett

I en av deltakerkommunene har skolemyndighetene vedtatt følgende (vedlegg nummer 5 i appendix): *"Før en undersøkelse gjennomføres, skal de foresatte informeres, slik at de skal kunne reservere seg og påvirke om deres barn skal delta eller ikke."* En elev reserverte seg og deltok ikke i testen. Slik reservasjonsrett kan påvirke testens reliabilitet. I dette tilfellet var det kun en enkelt elev som reserverte seg, det får ikke noen betydning i forhold til denne testen. Imidlertid er dette et etisk prinsipp som er viktig å ta på alvor. I alle situasjoner der mennesker blir testet, vil slike hensyn stå opp mot hverandre: Respekten for dem som testes og deres muligheter til å reservere seg fra testen - opp mot "Testlederens" behov for reliabilitet.

5.1.2 Elevenes standpunktkarakterer

Aller først måtte jeg undersøke om elevene som deltok i testen hadde samme fordeling av standpunktkarakterer som resten av landet. Testen ble foretatt tidlig på høsten i 1998, da gikk elevene i 10.klasse. Eksamenskarakterene i matematikk skriftlig fra 1999 var det beste sammenligningsgrunnlaget jeg kunne finne. Jeg hadde standpunktkarakterene fra 9.klasse til 618 av 638 elever. En klasse manglet, de utgjorde kun 3 % av elevene som deltok i testen. Dersom jeg hadde hatt standpunktkarakterene til samtlige elever som deltok, ville testen hatt bedre reliabilitet.

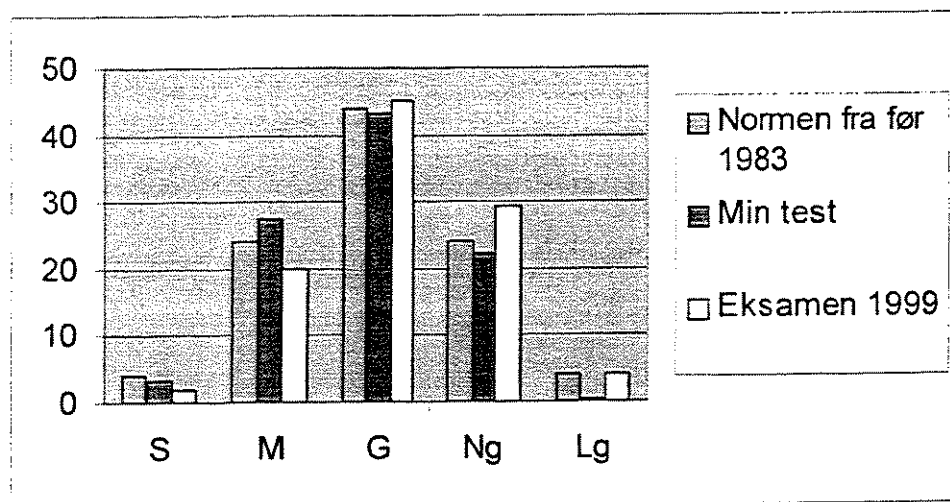
Eksamenskarakterene er sånn noen lunde normalfordelt. Fram til 1982 var de fordelt på følgende vis på landsbasis: S: 4 % - M: 24 % - G: 44 % - Ng: 24 % - Lg: 4 %. Deretter ble det fra Departementet gitt beskjed om tillemping, og prosentfordelingen varierer noe. De elevene som går opp til skriftlig eksamen utgjør et stort representativt utvalg av sitt årskull. Derfor burde det i utgangspunktet være ideelt å tilpasse det utvalget til normen ovenfor. I praksis viser det seg at fordelingen er noe annerledes. Eksamensresultatene varierer noe fra år til år. Våren 1999 gikk 19 081 elever opp til Skriftlig avgangsprøve i matematikk for grunnskolen. Fordelingen av karakterene var som følger: S: 1,7 % - M: 19,8 % - G: 45,3 % - Ng: 29,5 % - Lg: 4,0 %.

Jeg har sammenlignet standpunktkarakterene til elevene i mitt utvalg med normen nevnt ovenfor og med eksamensresultatene fra 1999. Resultatet av denne sammenligningen fremgår av figur 5.1. Vi ser av figuren at elevene som deltok i testen jevnt over hadde høyere karakterer enn de elevene som gikk opp til eksamen i matematikk skriftlig våren 1999. Det var noenlunde like mange som oppnådde karakteren G i begge utvalgene. Forskjellene lå i at på min test var det flere som oppnådde karakterene S og M i standpunkt, mens til eksamen i 1999 var det flere som oppnådde karakterene Ng og Lg. Vi ser av figur 5.1 at begge utvalgene er noenlunde normalfordelt. Karakterene til elevene som deltok i testen, ligger noe over normen 4 - 24 - 44 - 24 - 4.

Jeg har to mulige årsaker til at mitt utvalg av elevers karakterer ligger noe over eksamenskarakterene for samme årskull. En mulighet er at lærerne til elevene som deltok i min test, har vært mer rause med karakterene enn gjennomsnittslæreren. En annen mulighet er at elevene som deltok i min test, var flinkere enn gjennomsnittet av norske elever. Dersom mitt utvalg av elever skulle være representativt for norske tiendeklassinger, burde

standpunktkarakterene deres for 9.klasse følge den samme fordeling som årskullets eksamenskarakterer. Standpunktkarakterene ble kodet til poeng på følgende vis: S = 5, M = 4, G = 3, Ng = 2 og Lg = 1. Gjennomsnittlig standpunktkarakter var 3,1. Gjennomsnittskarakteren ved skriftlig eksamen 1999 var 2,9.

Det første av fem spørsmål i starten av kapitlet lød: *Samsvarte standpunktkarakterene til elevene i mitt utvalg med karakterene på landsbasis?* Svar på spørsmålet blir at karakterene til elevene i mitt utvalg lå noe over landsgjennomsnittet, og at elevene i mitt utvalg var fordelt med en noe større andel på karakteren M og en noe lavere andel på karakteren Ng.



Figur 5.1 Prosentvis fordeling av standpunktkarakterene ut 9.klasse til elevene som var med i min test samholdt med resultater fra fellessensuren i matematikk skriftlig for grunnskolen 1999 og med normen fra før 1983.

5.1.3 Tre elevgrupper

Elevene som deltok i testen, løste matematikkoppgaver fra ett av tre hefter. Utfra måten heftene var distribuert på (kapittel 4.2), burde standpunktkarakterene være likt fordelt blant de tre elevgruppene som fikk tildelt ulike hefter. Jeg valgte å utføre en kontrolltest for å se på middelerverdiene av de tre gruppenes standpunktkarakterer. Spørsmål b i dette kapitlets innledning var: *Var det tre matematikkfaglig jevnbyrdige elevgrupper som besvarte de tre heftene?* Tabell 5.1 viser at middelerverdiene av de tre gruppenes standpunktkarakterer er nær hverandre, når vi tar hensyn til at variasjonen i standpunktkarakterer er om lag 1/20 standardavvik. Det styrker antagelsene om at gruppene kan vurderes som like flinke.

hefte nummer	Middel standpunkt	antall elever	standard-avvik
hefte I kun oppgaver fra TIMSS-Repeat	3,12	188	0,88
hefte II oppgaver fra TIMSS og TIMSS-Repeat	3,10	218	0,76
hefte III kun oppgaver fra TIMSS	3,14	211	0,80
Totalt	3,12	617	0,81

Tabell 5.1 Gjennomsnittlig standpunktkarakter hos elevene utfra hvilket hefte de fikk.

5.1.4 Elever fra Nord- og Sør-Norge

Resultatene fra TIMSS viste (Lie, Kjærnsli & Brekke, 1997, s37):

I 6.klasse er det ikke signifikante forskjeller mellom noen av landsdelene. Nord-Norge ligger imidlertid litt lavere enn de andre regionene, men dette kan være tilfeldigheter i utvalget av skoler. I 7.klasse er forskjellene noe større og de er større i matematikk enn i naturfag. (6. og 7.klasse i dette sitatet tilsvarer 7. og 8.klasse etter reformen, min anm, kapittel 1.4)

I mitt utvalg av elever var Nord-Norge overrepresentert, 34% av elevene var fra Nord-Norge og de resterende 66% fra Sør-Norge. En betydelig lavere andel av den norske befolkningen bor i den nordligste landsdelen. Tabell 5.2 viser at for denne testens vedkommende er både standpunktkarakterer og testresultater like i de to landsdelene.

	middel standpunktkarakter	middel testskåre
Nordnorske elever	3,09	17,22
Sørnorske elever	3,14	17,21

Tabell 5.2 Standpunktkarakterer og testskåre hos elever fra Nord- og Sør-Norge.

5.1.5 Heftene

Neste punkt på programmet var å sjekke om de tre heftene falt ut like vanskelig for elevene. Riktig løsning på en oppgave ga ett poeng, og full skåre på testen ga 30 poeng. Middel poengskåre lå i overkant av 17 poeng, det vil si riktig løsning på litt over halvparten av svarene. Dersom et av testheftene hadde vært spesielt lett eller spesielt vanskelig, kunne jeg fort risikert at testen også målte andre ting enn det jeg ønsket å måle. Jeg ønsket å måle matematikkfaglig kompetanse hos elever, samtidig som jeg målte graden av deltakelse i ulike fritidsaktiviteter. Jeg ønsket også å undersøke hvordan forskjeller i kontekst samsvarte med elevskåre på matematikkoppgaver. I innledningen av dette kapitlet listet jeg opp fem spørsmål. Spørsmål c lød som følger: *Var de tre heftene like vanskelige?* Tabell 5.3 indikerer ikke at heftene har ulik vanskelighetsgrad. Middelerdiene er nær hverandre når man tar hensyn til at differansen mellom høyest og lavest middel poengskåre (16,9 og 17,5) ikke er større enn 1/9 standardavvik.

hefte nummer	middelverdi av poengskåre	antall besvarelser	standard- avvik
hefte I kun oppgaver fra TIMSS-Repeat	17,3	195	5,25
hefte II oppgaver fra TIMSS og TIMSS-Repeat	16,9	226	5,03
hefte III kun oppgaver fra TIMSS	17,5	217	5,46
Totalt	17,2	638	5,27

Tabell 5.3 Gjennomsnittlig testskåre på hvert hefte og antall elever som løste oppgavene i hvert hefte.

Fritidsaktiviteter

Heftene inneholdt også et spørsmål om kjønn og et spørsmål om hyppighet av deltakelse i ulike fritidsaktiviteter (kapittel 4.3). Spørsmålene om fritidsaktiviteter hadde fire svaralternativer: Omtrent hver dag, omtrent en gang i uka, omtrent en gang i måneden og sjelden eller aldri. Det eksisterte ikke noe midterst eller "nøytralt" svaralternativ, og jeg kunne rekode svarene til en dikotom variabel.

Jeg valgte å rekode samtlige svar slik at *det å drive på med en aktivitet* i denne oppgaven betyr en gang i uka eller oftere, utenom skoletiden.

5.2 Testsituasjonen

Testsituasjonen måtte være så lik som mulig for de elevene som deltok, ellers risikerte jeg at testen også målte andre ting enn det jeg ønsket å teste. Denne testen var det kun anledning til å utføre i en bestemt skoletime (kapittel 4.5). En årsak til det var at mulighetene for juks skulle minimaliseres. Alle skolene utførte testen i løpet av en periode på to uker. Vi visste ikke om de lærerne som sa ja til å delta, utgjorde et representativt utvalg av lærere.

Alle lærerne som deltok, fikk tilsendt en test-manual i god tid i forveien (vedlegg nummer 7 i appendix, kapittel 4.5). Dette ble gjort for å sikre at selve testsituasjonen ble så lik som mulig for de klassene som deltok.

Sett fra et etisk synspunkt tror jeg det er viktig at elever og foreldre informeres på forhånd om klassens deltakelse i en test (vedlegg nummer 5 i appendix), selv om det krever mer tid og ressurser enn hvis det hele bare var opp til hver enkelt matematikklærer. Elevenes tid skal benyttes til å utføre en test, da er det rimelig at både de og foreldrene på forhånd er informert om hva som skal foregå.

En elev hadde skrevet en sint kommentar på forsiden av besvarelsen sin. Vedkommende reagerte på at testen var blitt oppgitt å skulle være anonym, mens læreren hadde en liste der det sto hvilket hefte den enkelte elev hadde fått. "Da er jo ikke dette anonymt lenger", sto det. Slike elevuttalelser er det viktig at vi tar på alvor, alle testdeltakere har krav på å få skikkelig informasjon på forhånd. I dette tilfellet hadde ikke eleven oppfattet at læreren skulle beholde lista med oversikt over navn og nummer til elevene i klassen.

Seks lærere svarte at elevene jevnt over ble tidlig ferdig. To lærere svarte at noen få elever ble tidlig ferdig. En lærer svarte at en elev fikk tidsnød. En lærer førte ikke på standpunkt karakterer. En lærer etterlyste informasjon om hvor elevene kunne kladde. Sju lærere kommenterte at det var to like oppgaver i det ene heftet. En lærer fikk voldstrusler fra en elev. Årsak: Vedkommende elev fikk beskjed om å bli sittende til tiden var ute.

5.3 Antall oppgaver og antall elever

5.3.1 Fordeling av oppgaver på heftene

Figur 5.2 viser fordelingen av oppgaver i de tre heftene jeg hadde satt sammen. Elevene skulle løse 29 matematikkoppgaver (kapittel 4.2). Vi ser av figur 5.2 at om lag 200 elever løste oppgavene i hvert hefte.

14 av TIMSS-oppgavene i min test hadde *to* varianter i TIMSS-Repeat. En TIMSS-Repeat variant av oppgaven var da plassert i hvert av heftene 1 og 2, mens den opprinnelige TIMSS-oppgaven var i hefte 3. Disse 14 oppgavene og deres varianter står oppført som 14 oppgaver i figur 5.2. En av disse oppgavene fantes ikke i 2 men i 3 varianter i TIMSS-Repeat. Disse oppgavene hadde jeg håndplukket ut fra egen interesse og private teorier og fordommer, her hadde jeg en enestående mulighet til å studere elevsvar på oppgaver med noen lunde likt matematisk innhold og ulik kontekst. I ettertid ser jeg at jeg var litt for ivrig i dette stadiet. Jeg burde tatt med færre oppgaver i testen, slik at hver oppgave kunne vært med i mer enn ett hefte.

En oppgave i hvert hefte hadde både et a- og et b-spørsmål. Riktig svar på både a og b ga 2 poeng. Maksimal poengsum på testen var derfor 30 poeng. Vi ser av figur 5.2 at 13 av oppgavene i hefte II og hefte III var like. Resultatene på disse 13 oppgavene analyserte jeg nærmere.

Hefte I 195 elever	Hefte II 226 elever	Hefte III 217 elever
27 (14 + 13) TIMSS-R oppgaver	16 (14 + 2) TIMSS-R oppgaver	16 (14 + 2) TIMSS oppgaver
1 TIMSS-R oppgave to ganger	13 TIMSS oppgaver	
Totalt 29 oppgaver	Totalt 29 oppgaver	Totalt 29 oppgaver

Figur 5.2 Fordeling av TIMSS og TIMSS- Repeat oppgaver i de tre heftene.

5.3.2 Oppgaver som var med i to hefter

Figur 5.2 viser at 13 oppgaver var med både i hefte 2 og i hefte 3. På 8 av disse oppgavene fant jeg under 4 prosentpoeng forskjell i middel skåre mellom elevene som løste oppgavene i hefte II og hefte III. På 4 av oppgavene skåret elevene fra hefte III så mye som 8 - 9 prosentpoeng høyere enn elevene fra hefte II. Elevene fra hefte 2 skåret 7 prosentpoeng høyere enn elevene fra hefte III på en enkelt oppgave.

Tabell 5.4 viser en oversikt over elevskåre på disse fem oppgavene i hefte II og hefte III, resultatene fra 8.klassingene i TIMSS hovedundersøkelse og fra TIMSS tilleggsundersøkelse for 9.klassinger. Vi ser av tabellen at middel skåre for elevene i min test er forholdsvis lik resultatet fra 9.klassingene i TIMSS tilleggsundersøkelse. Unntaket her er oppgave P 12. Elevenes resultater på den oppgaven antar jeg må skyldes tilfeldigheter. En av årsakene til disse forskjellene kan ligge i at på flervalgsoppgaver vil det alltid forekomme at enkelte elever gjetter. Det fører til noe usikkerhet rundt resultatene dersom utvalget av elever ikke er stort nok. Enkelte ulikheter i resultater vil skyldes tilfeldigheter, det må jeg ta høyde for. Dersom jeg finner signifikant korrelasjon og $p < 0.05$ betyr det at 5% forventes å falle utenfor. Dette understreker at jeg må være forsiktig med å vektlegge resultater fra enkeltoppgaver.

TIMSS oppgave	Hefte II	Hefte III	Middel skåre hefte II og III	TIMSS 9.klasse	TIMSS 8.klasse
N 19 Skraver 5/8 av rutenett	56	64	60	59	44
O 04 Avrunding av desimaltall	33	41	37	39	39
J 14 Divisjon	24	33	28	30	31
R 10 Figuregenskaper	57	50	54	54	50
P 12 Multiplisere kålhoder	78	87	82	64	66

Tabell 5.4 Oppgaver som hadde mer enn 3 prosentpoeng forskjell i middel elevskåre mellom hefte II og hefte III

I ettertid ser jeg at noen oppgaver burde vært med i alle heftene, i tillegg til at flere oppgaver enn 13 hadde vært med i to hefter. Testskåre er beheftet med større usikkerhet når antallet i gruppen er mindre. Resultatene på oppgaver som forekom i kun ett av heftene, får mindre informasjonsverdi.

5.3.3 Samme oppgave to ganger

I hefte I var en av oppgavene tatt med to ganger (kapittel 4.6). Var dette en lett oppgave? 79 av 195 elever svarte riktig på første forekomst av oppgaven. 82 av 195 elever svarte riktig på forekomst nummer 2. Under halvparten svarte riktig. Det betyr at oppgaven var litt vanskeligere enn gjennomsnittet, da middel testskåre var 17 av 30 poeng.

Jeg forventet at enkelte usikre elever ville gjette på et av svarene. Elevene hadde fire svaralternativer. Dersom samtlige elever gjettet, ville forventet antall elever som svarte riktig

være 49, det utgjør $\frac{1}{4}$ av de 195 som besvarte dette heftet. Mange flere enn $\frac{1}{4}$ svarte riktig. 152 av 195 elever svarte likt begge ganger. Det er 78%. Muligens er det skuffende få. En mulighet er at usikre elever garderer seg og svarer ulikt med vilje. Det tror jeg ikke. Jeg har hørt elever uttale at feil trekker ned på matematikkprøver på samme vis som i "Jeopardy". 19 elever svarte riktig den ene gangen og galt den andre gangen. 24 elever svarte galt begge gangene, men hadde ulikt svar. Blant de 43 elevene som svarte ulikt på de to forekomstene av oppgaven, tror jeg det var mange som gjettest blindt. En annen mulighet for at elever svarer ulikt på de to oppgavene, er at elevene gjør overslag. Dette overslaget fører til at de kan svare sånn noenlunde riktig. Jeg har ikke undersøkt hvorfor så mange svarte ulikt på de to forekomstene av samme oppgave, men jeg konstaterer at det er slik. Konklusjonen blir at noen elever alltid vil gjettest på flervalgsoppgaver. Jeg tror likevel ikke gjettesting er noe stort problem.

Formingsjentene (kapittel 7.1) skårer høyt på begge utgavene av denne oppgaven. Dette står nærmere beskrevet i kapittel 8.1.1.

Resultater på denne og andre enkeltoppgaver kan skyldes tilfeldigheter. Dersom jeg fant signifikant korrelasjon med $p < 0.05$ mellom mine resultater og resultatene fra TIMSS, så ville det bety at 5% av mine oppgaver ikke hadde resultater som korrelerte med TIMSS. Det var 73 oppgaver i min test. 5% av 73 oppgaver blir i underkant av 4 oppgaver. I praksis betyr dette at selv om mine resultater samsvarer med resultatene fra TIMSS og korrelasjonen er signifikant, så må jeg forvente å finne avvikende resultat på 3 - 4 oppgaver.

5.3.4 Antall elever per oppgave

Til sammen 638 elever deltok på testen. Elevene ble delt i om lag tre like store grupper, og hver gruppe skulle løse oppgaver fra ett av tre hefter. Sammensetningen av heftene blir beskrevet nærmere nedenfor. Til sammenligning var det om lag 6000 norske trettenåringer som deltok i hovedundersøkelsen i TIMSS. Disse elevene løste oppgaver fra ett av 8 ulike hefter. Noen oppgaver gikk igjen i alle heftene, andre oppgaver var med i færre hefter.

Tretten oppgaver var med i to hefter i min test, slik det fremgår av figur 5.2. De oppgavene ble gitt til om lag 400 elever i min test. De fleste oppgavene i testen ble imidlertid gitt til om lag 200 elever, omtrent 100 av hvert kjønn. Når jeg i tillegg delte inn jenter og gutter etter deltakelse i fritidsaktiviteter, fikk jeg enkeltgrupper på under 50 elever som løste enkeltoppgaver. Verdien av resultatene ligger da i å se etter om der finnes et mønster, om flere oppgaver kan vise den samme tendens. Selv da må jeg være forsiktig med å trekke konklusjoner.

I hver av de tre elevgruppene var det kun 10 - 14 gutter som drev på med formingsaktiviteter ukentlig eller oftere på fritiden. Hver gutt utgjorde da mer enn 10% av utvalget. Det var viktigste årsak til at jeg valgte å ikke foreta separate analyser av denne elevgruppens resultater bortsett fra å vurdere samlet testscore. *Konklusjon: Når elevene deles i mindre grupper, får resultatene mine begrenset verdi.*

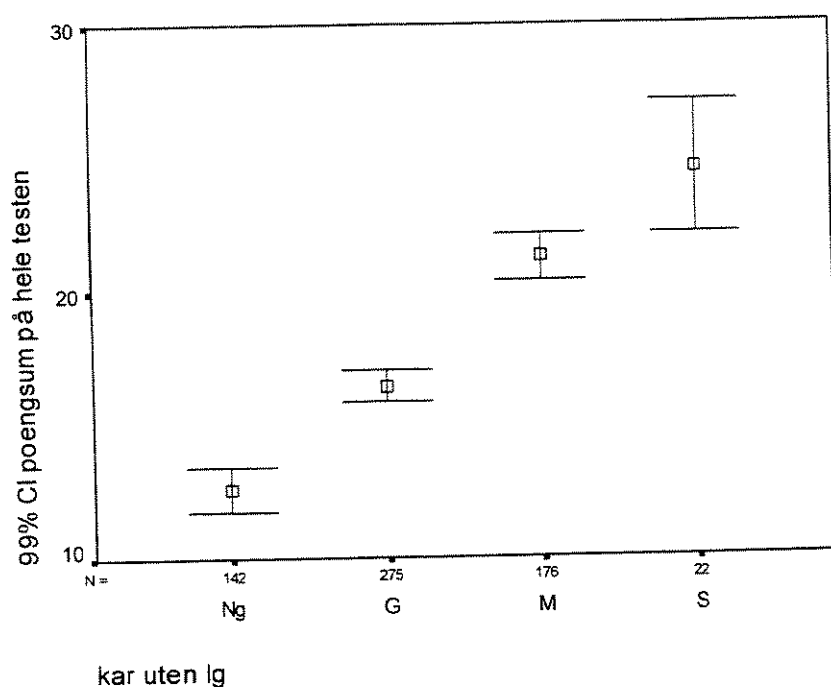
Jo flere elever som har besvart oppgaven, jo større er sannsynligheten for at middel elevscore på oppgaven er representativt. For å være helt sikker, burde jeg testet samtlige tiendeklassinger i hele landet. Jeg har få elever med i testen i forhold til TIMSS-undersøkelsen, i tillegg kan jeg ikke være sikker på om mitt utvalg av elever er representativt. Det er viktigere med et representativt utvalg enn med et stort utvalg.

5.4 Korrelasjon mellom testresultater og standpunktkarakterer

Testen var antatt å måle matematikkfaglige kunnskaper hos norske tiendeklassinger. Det eneste tilgjengelige målet vi har for matematikkfaglig kunnskap hos elever i dagens Norge, er standpunktkarakterer. Hvor godt mål karakterer er for kunnskap, kan diskuteres. Jeg håpet å finne positiv korrelasjon mellom testresultater og standpunktkarakterer. Stor grad av positiv

korrelasjon, kunne indikere at testen målte det samme som standpunktkarakterene ga uttrykk for. Spørsmål d i kapitlets innledning lød: *Samsvarte resultatene på testen med elevenes standpunktkarakterer?* Jeg finner signifikant positiv korrelasjon mellom testskåre og standpunktkarakter. Det fremgår av figur 5.3. Korrelasjonen mellom standpunktkarakter og testresultat var god, $p < 0.01$. Det gir en konfidensgrad på 99%. Korrelasjonen er positiv signifikant også med hensyn til de flinkeste elevene, men den er dårligst i ytterkantene. De to elevene som hadde Lg i standpunktkarakter, er ikke med i denne oversikten. De blir kommentert nærmere i neste avsnitt.

Jeg håndplukket oppgaver som passet til mitt formål; foruten ulike kontekster ville jeg primært teste på romforståelse. Jeg har forholdsvis mange oppgaver fra emnet "tall". Hvert hefte inneholder om lag fem ikke-rutine-problemer og flere oppgaver som ikke stiller krav om formell matematisk kunnskap. Dette betyr at testen består av et subjektivt utvalg av oppgaver (kapittel 4.2), og at oppgavene i stor grad ikke ligner oppgaver elevene er vant til å møte på matematikktester. Likevel finner jeg stor grad av positiv korrelasjon mellom standpunktkarakterer og testskåre.



Figur 5.3 Samsvar mellom middelverdier av poengsum på testen og standpunktkarakter, 99% konfidensintervall.

Standpunktkarakterene i matematikk er satt på grunnlag av en annen type oppgaver enn TIMSS-oppgavene. På flervalgsoppgavene fra TIMSS leverer ikke elevene en skriftlig begrunnelse for svarene sine. Dette kommer jeg tilbake til i 5.4.1 og 5.4.2 i forbindelse med at testen korrelerer mindre bra med standpunktkarakterene i ytterpunktene.

I kapittel 6.2 viser jeg at jenter skårer lavere enn gutter på testen, selv om det ikke var forskjeller på kjønnene med hensyn til standpunktkarakterene. Denne forskjellen i testskåre tilskriver jeg hovedsakelig utvalget av oppgaver.

5.4.1 Lg i standpunktkarakter

To elever hadde Lg i standpunkt, de fikk henholdsvis 14,5 og 15,5 poeng på testen. Deres testskåre korrelerte ikke med standpunktkarakterene. Elevene kom fra samme skole, men ikke fra samme

klasse. Det kan være ulik kultur på skolene. Mange lærere kvier seg for å gi Lg i standpunktkarakter. Svært mange av de faglig aller svakeste elevene, har dessverre ofte opplevd skolen som så negativ at de har stort fravær. Tester i matematikk er svært lite tiltalende for dem. Det kan være en årsak til at kun to elever med Lg i standpunktkarakter deltok i testen.

De to elevene kan ha gjettet og hatt flaks. Det er mer sannsynlig at dette er to elever som ikke er så flinke til å skrive, men som likevel har forståelse for matematikk. Dessverre ser vi med jevne mellomrom eksempler på at elever med lese- og skrivevansker erverver seg et matematikkproblem i løpet av årene på skolen. De får ikke tilpasset matematikkopplæring, og alle tekststoppgavene i matematikkbøkene tar knekken på selvtilliten deres.

Det er overhyppighet av gutter blant elevene med lese- og skrivevansker, derfor sjekket jeg kjønn på de to elevene. Begge var gutter. Testen besto hovedsakelig av flervalgsoppgaver. Denne prøveformen passer trolig bedre enn tradisjonelle prøver til elever med lese- og skrivevansker og til elever med motoriske problemer. Elever som av ulike grunner ikke lykkes så godt med skriftlige fremstillinger, vil kunne få til riktig løsning på en flervalgsoppgave. Den ene eleven hadde ikke blitt ferdig, kun de 22 første oppgavene var besvart. Vedkommende elev hadde bommet på oppstilt subtraksjon av firesifrete tall og multiplikasjon av store tall. Eleven hadde lyktes med sannsynlighetsregning med tilhørende konkret figur, geometri i form av gjenkjenning, tall-linje, visuell forståelse av brøk og gjenkjenning av systemet i mønsterborder. Mye av dette er oppgaver som tradisjonelt ikke blir tatt med når standpunkt skal settes. Dette kan ha vært en elev som jobbet langsomt og som var flink muntlig.

Dette kan være elever som har droppet ut. De som dropper ut er ikke dumme, men de gir blaffen i skolen.

Jeg kontrollsjekket karakterene til de to elevene, lærerne hadde ført inn karakterene på egne skjema. Det sto Lg. Deretter sjekket jeg de aktuelle elevene sine besvarelser. Elevene hadde kryssset av mange riktige svar.

Jeg kan ikke se bort fra at de to svake elevene har jukset. Mulighetene er mange. Følgende mistanke er blitt styrket: Mange elever som vi normalt betrakter som matematikksvake, vil kunne profitte på denne typen tester.



Figur 5.4 Tommy og tigern. Matteprøve.

5.4.2 S i standpunktkarakter

Karakterene er noenlunde normalfordelt, slik at det var forholdsvis få elever som hadde karakteren S i standpunkt. Det er ikke uventet at korrelasjonen er dårligere i ytterpunktene. Jeg ønsket så stor sikkerhet som mulig. Bortsett fra for karakteren S, var det ikke antydning til overlapping mellom konfidensintervallene på figur 5.3. De 22 elevene som hadde S i standpunktkarakter, hadde noe varierende resultat på testen. Figur 5.3 viser at korrelasjonen mellom standpunktkarakter og poengskåre på testen var betydelig dårligere for karakteren S enn

for de øvrige karakterene, når jeg ser bort fra de to elevene som fikk Lg.

De tre svakeste av dem som hadde S i standpunkt, oppnådde 15.5 poeng, 16.6 poeng og 19 poeng. Dette kan ha mange årsaker. Jeg kunne ha kodet galt, derfor kontrollsjekket jeg det. Lærerne kunne ha ført inn feil karakter, det hadde jeg ingen mulighet for å sjekke. Elevene kunne hatt en dårlig dag eller vært syke. En annen mulighet er at disse elevene ikke var motiverte for å yte maksimalt på en slik test. På prøver som teller i karaktersammendraget, yter de maksimalt. Denne testen var ikke meritterende. Det kan også være at dette er flittige elever som oppnår S i standpunktkarakter, fordi de jobber svært godt og er dyktige til reproduksjon. Både når slike elever blir prøvd i oppgaver som har en ny form (flervalgsoppgaver) og når de møter ikke-rutine problemer, kan de få problemer. En slik antagelse underbygges av de funn som ble gjort av Seldon, Seldon og Mason (1994) (kapittel 2.6.3). Totalt 10 av de 22 elevene som hadde S i standpunktkarakter, hadde lavere skåre enn 25 på denne testen. Full skåre ga 30 poeng.

Tabell 5.5 viser fordelingen av standpunktkarakterer blant de elevene som oppnådde mer enn 25 poeng på testen. Flere av dem som har M i standpunkt, lyktes svært bra på testen. Vi ser av tabellen at 16% av dem som har M i standpunkt, skårer mer enn 25 poeng. En test der full skåre er 30 poeng, ville normalt hatt grensen mellom karakterene S og M på om lag 28 poeng - altså godt over 25 poeng. På den bakgrunn er det grunn til å dvele litt ved at kun 55% av dem som hadde S i standpunkt skåret mer enn 25 poeng. En håndfull elever som har G og Ng i standpunkt, har også poengskåre som ligger helt i toppen. De er imidlertid svært få, kun 1%, og har av den grunn minimal påvirkning på helheten. Mange elever med god matematikkforståelse plages med skriving. Disse elevene vil profitere på denne typen tester.

standpunktkarakter	S	M	G	Ng
Antall elever med >25 poeng på testen	12	28	4	1
Totalt	22	176	275	142
Andel i prosent	55	16	1	1

Tabell 5.5 Standpunktkarakterer hos de elevene som skåret høyest på testen (mer enn 25 av 30 oppnåelige poeng).

Oppgavene i min test var nesten bare flervalgsoppgaver. En av innvendingene mot bruk av flervalgsoppgaver i tester, er at de kun tester elevene i utregninger og forståelse. Høyere ordens tenking blir ikke testet. Elevene får ikke vist hvordan de løser oppgavene, og elegante løsninger blir ikke premiert. Dette kan også være en mulig årsak til at testen korrelerte dårligere med elevenes standpunktkarakterer for de elevene som hadde S i standpunktkarakter.

5.5 TIMSS-resultater og mine funn

Mine funn blant 10. klassinger ble sammenlignet med funnene i TIMSS tilleggundersøkelse for 9. klassinger. Elevene som deltok i min test, befant seg i starten av siste skoleår på ungdomstrinnet. Testen ble foretatt såpass tidlig i skoleåret at det stort sett var 9. klasses kunnskaper som ble testet, men elevene i mitt utvalg var likevel noe eldre enn elevene som deltok i TIMSS hovedundersøkelse.

På de fleste oppgavene var det ubetydelige forskjeller i skåre mellom elevene i min test og de norske 9.klassingene i TIMSS tilleggundersøkelse. Tabell 5.6 viser testskåre på de fire TIMSS-oppgavene som er mest sentrale i mitt arbeid. Det fremgår av tabellen at testskåre fra min test samsvarer godt med resultatene til 9.klassingene i TIMSS på disse fire oppgavene, forskjellene i skåre var på 1 - 3 prosentpoeng.

I tillegg har jeg i tabell 5.6 tatt med resultatene på disse oppgavene for 8.klassingene som deltok i TIMSS hovedundersøkelse og de internasjonale middelverdiene fra TIMSS hovedundersøkelse.

	TIMSS int. 8.klasse *	TIMSS 8.klasse hovedundersøkelsen	TIMSS 9.klasse tilleggsundersøkelsen	Min test
Oppgave L 12	76	78	86	89
Oppgave K 03	68	78	74	77
Oppgave M05	53	54	57	58
Oppgave L11	34	31	40	37

Tabell 5.6. Elevskåre på de fire TIMSS-oppgavene som er mest sentrale i mitt arbeid. Med unntak av oppgave L12 er dette oppgaver som tester elevene i stoff de hovedsakelig har lært andre steder enn i matematikktimene på skolen. * Internasjonalt gjennomsnitt for 8.klasse.

29 TIMSS oppgaver var med i mine testhefter. På 7 av oppgavene i min test avvek mine resultater mer enn 5 prosentpoeng fra resultatene til 9.klasse i TIMSS tilleggsundersøkelse; på 5 oppgaver skåret elevene i min test høyere og på 2 oppgaver skåret de lavere. Tabellene 5.7 og 5.8 viser en oversikt over disse oppgavene, og hvordan elevene i mitt utvalg skårer annerledes enn elevene i TIMSS tilleggsundersøkelse.

To av oppgavene der elevene i min test skåret høyere enn elevene i TIMSS tilleggsundersøkelse, omhandlet klinkekuler. Jeg har testet elever fra 12 skoler. Det kan tenkes at de ulike lærebøkene er ujevnt fordelt på disse skolene. Noen M-87 godkjente lærebøker har mange oppgaver i sannsynlighetsregning som omhandler klinkekuler, mens andre av disse lærebøkene omtrent ikke nevner klinkekuler. Jeg har ikke med noen spørsmål om lærebøker i min test. Forskjellene i skåre på disse to oppgavene *kan* skyldes at de lærebøkene som har mange klinkekuleoppgaver i emnet sannsynlighetsregning er overrepresentert blant de 12 skolene som deltok i testen. Av den grunn kan klinkekuler representere en kjent kontekst (kapitlene 1.3 og 2.12) for disse elevene. Min egen 10.klasse denne høsten hadde en lærebok som startet med sannsynlighetsregning. Vi hadde gjennomgått emnet kort tid før testen ble utført. Læreboka var imidlertid såpass dårlig på dette emnet, at jeg kopierte noen sider fra et annet læreverk - disse sidene inneholdt mange oppgaver med sannsynlighet og kuler. Jeg er neppe den eneste læreren som henter stoff fra andre læreverk. Det er rimelig grunn til å anta at mange av klassene som deltok i min test, hadde blitt undervist i sannsynlighetsregning kort tid før testen ble utført. Det er en mulig forklaring på den høye testskåren på de to oppgavene om kuler.

Jeg testet til sammen 13 TIMSS-oppgaver fra emnet tall. På 4 av disse oppgavene fant jeg mer enn 5 prosentpoeng høyere skåre enn i TIMSS.

Tabell 5.7 viser de 5 oppgavene der elevene i min test skåret mer enn 5 prosentpoeng høyere enn 9. klassingene i TIMSS tilleggsundersøkelse. Jeg skal ikke innlate meg på noen grundig analyse av hvorfor det er slik, men noe av årsaken skyldes trolig i tilfeldigheter. En mulig årsak til resultatene på de to oppgavene som omhandler klinkekuler har jeg omtalt ovenfor. Vi ser av tabellen at den oppgaven som hadde det største avviket, ble gitt til 443 elever i min test.

Tabell 5.8 viser de oppgavene der elevene i min test skåret lavere enn 9.klassingene i TIMSS tilleggsundersøkelse. Begge de to oppgavene der elevene i min test skåret lavere enn elevene i TIMSS tilleggsundersøkelse, ble gitt til 443 elever i min test.

ID nr	Prosentpoeng i favør av elever i min undersøkelse	TIMSS (hovedtest) 8.klasse	Antall elever i min test	emne	label
P 12	18 (82 - 64)	66	443	Tall	84x57 kålhoder på et jorde. Beste overslag over antallet?
N 16	10 (65 - 55)	50	217	Tall	Gutt gir bort klinkekuler. Først 1/2, deretter 1/3. 6 igjen til slutt. Hvor mange var det opprinnelig?
K 06	10 (57 - 47)	48	217	Tall	15% øking i antall elever på en skole. Ca antall nå?
I 09	8 (76 - 68)	72	217	Datarepr. og sannsynlig- het	Kuler av ulik farge i pose. Hvilken farge er det mest sannsynlig å trekke?
P 13	6 (77 - 71)	69	443	Tall	72 hjerteslag per min. Hvor mange hjerteslag per time?

Tabell 5.7 Oppgaver der elevene i mitt utvalg skåret *høyere* enn 9.klassingene i TIMSS tilleggundersøkelse. Differansen mellom resultatene fra tilleggundersøkelsen i TIMSS for 9.klasse og min test står i parentes.

ID nr	Prosentpoeng i favør av elever i TIMSS tilleggstest	TIMSS (hovedtest) 8.klasse	Antall elever i min test	emne	label
R 11	10 (49 - 39)	41	443	algebra	Fordeling av blyanter blant elever i en klasse.
M 04	6 (46 - 40)	38	443	tall	Sammenligning av brøker

Tabell 5.8. Oppgaver der elevene i min test skåret *lavere* enn 9.klassingene i TIMSS tilleggundersøkelse. Differansen mellom resultatene fra tilleggundersøkelsen i TIMSS for 9.klasse og min test står i parentes.

Det siste spørsmålet i innledningen av kapitlet lød: *Var det samsvar mellom resultatene på TIMSS-oppgavene i denne testen og resultatene på de samme oppgavene i TIMSS?* Jeg fant ikke nevneverdige forskjeller i testskåre på de fire mest sentrale oppgavene i min test, mine resultater avvek 1 - 3 prosentpoeng fra resultatene for 9.klassingene i TIMSS. Min test ble utført tre år etter TIMSS. Av de 29 oppgavene fra TIMSS som var med i min test, ser jeg at mine funn ikke skiller seg nevneverdig ut fra funnene i TIMSS.

5.6 Konklusjoner

Elever med sent eller dårlig utviklet finmotorikk, har ofte uvilje mot skriftlige fremstillinger. Denne kategorien elever kan likevel ha god matematikkforståelse. Elever som har det travelt, som har motvilje mot å bruke linjal, som misliker å kladde - dette er trolig elever som vil profitere på en prøveformen med mange flervalgsoppgaver framfor de prøvene vi vanligvis bruker i Norge.

I dagens samfunn har vi kun ett mål for elevers kunnskaper i matematikk, det målet er elevenes karakterer. Jeg skal ikke gi meg inn på noen diskusjon om hvorvidt det er et godt eller et dårlig mål, men det er det eneste tilgjengelige mål vi har. Standpunkt karakterene ved utgangen

av 9.klasse forelå for om lag 97% av elevene som deltok i testen.

Min test var lang nok og variert nok til at elever ikke tilfeldigvis kunne vite de riktige svarene og av den grunn skåre høyere enn fortjent på testen. Jeg hadde en frafallsprosent på 13. Det er noe høyere enn ønskelig. For øvrig har data-innsamlingen funnet sted slik at deltakende klasser og elever har hatt så like vilkår som mulig. Innledningsvis i dette kapitlet stilte jeg følgende spørsmål:

- a) Samsvarte standpunktkarakterene til elevene i mitt utvalg med karakterene på landsbasis?
- b) Var det tre matematikkfaglig jevnbyrdige elevgrupper som besvarte de tre heftene?
- c) Var de tre heftene like vanskelige?
- d) Samsvarte resultatene på testen med elevenes standpunktkarakterer?
- e) Var det samsvar mellom resultatene på TIMSS-oppgavene i denne testen og resultatene på de samme oppgavene i TIMSS?

Spørsmålene er besvart på følgende vis:

- a) Standpunktkarakterene fra 9.klasse til elevene i mitt utvalg lå noe høyere enn eksamenskarakterene til samme årskull ved skriftlig eksamen i 10.klasse. Hovedforskjellen lå i at jeg hadde større andel på karakteren M og lavere andel på karakteren Ng (kapittel 5.1.2)
- b) Elevene i de tre gruppene hadde svært lik middel standpunktkarakter (kapittel 5.1.3)
- c) Middelverdiene av poengsummene var nær hverandre, differansen mellom høyest og lavest middelverdi var om lag 1/9 standardavvik (kapittel 5.1.5).
- d) Jeg fant signifikant korrelasjon mellom standpunktkarakterer og testskåre bortsett fra at korrelasjonen var dårlig i ytterpunktene (kapittel 5.4).
- e) På de fire mest sentrale oppgavene i min test hadde jeg avvik på inntil 3 prosentpoeng fra resultatene for 9.klassingene i TIMSS. Av de 29 oppgavene fra TIMSS som var med i min test, skiller ikke mine resultater seg nevneverdig ut (kapittel 5.5).

Jeg konkluderer med følgende:

Selv om det finnes visse innvendinger mot min innsamling av data, så viser samsvaret med resultatene fra TIMSS at underlagsmaterialet mitt ikke avviker fra TIMSS i vesentlig grad.

Kapittel 6 Oppgaver som guttene skåret høyest på

I dette kapitlet belyser jeg forskningsspørsmål 1 fra oppgavens kapittel 1.3: Fører endringer i kontekst i matematikkoppgaver til endring i frekvens av riktige og gale svar hos jenter og gutter? Jeg ønsket å undersøke om begge kjønn skåret likt på oppgavene i min test. TIMSS-resultatene viste at det var forskjeller (kapittel 3.1.4). Jeg testet norske 10.klassinger - så tidlig i 10. skoleår at det hovedsakelig var 9. klasses kunnskaper som ble testet. Mine funn var i høy grad sammenfallende med TIMSS-resultatene fra tilleggstesten for 9.klasse (kapittel 5.5).

Før jeg kommenterer likheter og ulikheter mellom mine funn og funnene i TIMSS, minner jeg om at mitt utvalg av elever ikke er like representativt som utvalget av elever i TIMSS (kapitlene 4.4 og 5.1.1). Dersom det er signifikant korrelasjon og $p < 0.05$, så betyr det at opptil 5% forventes å falle utenfor. Med andre ord kan vi ikke ta hensyn til forskjeller på enkeltoppgaver før forskjellene er større enn 5 prosentpoeng (kapittel 5.3.3 og 5.3.4). Jeg vil også presisere at funn på enkeltoppgaver kan skyldes tilfeldigheter. De fleste oppgavene i min test (59 av 75 oppgaver) ble gitt til rundt 200 elever, mens 16 oppgaver ble gitt til rundt 400 elever. De oppgavene der jeg har foretatt separate analyser av elevsvarene, var oppgaver hvor resultatene på min test ikke avvok nevneverdig fra resultatene i TIMSS (kapittel 5.5).

Innledningsvis i dette kapitlet sammenligner jeg fordelingen av standpunktkarakterer hos jenter og gutter. Dersom jeg hadde et representativt utvalg av jenter og gutter, kunne jeg forvente at standpunktkarakterene ville være likt fordelt mellom begge kjønn. I kapittel 5.1.1 viste jeg at standpunktkarakterene til elevene i mitt utvalg ikke avvok nevneverdig fra samme årskulls resultater ved Skriftlig Avgangsprøve for Grunnskolen den påfølgende våren. Deretter undersøker jeg testskåre hos jenter og gutter, og jeg ser videre på jenters og gutters skåre på noen oppgaver der guttene skåret høyere enn jentene. Jenteoppgavene i testen blir analysert i kapittel 8.

6.1 Kjønn, standpunktkarakterer og testresultater

I TIMSS-rapporten til Lie, Kjærnsli & Brekke (1997) brukes betegnelsen "*gutteoppgaver*" om oppgaver der guttene gjør det bedre enn jentene. Tilsvarende betegner "*jenteoppgaver*" oppgaver der jentene gjør det bedre enn guttene. Jeg har valgt å benytte de samme betegnelse.

Før jeg undersøkte om jenter og gutter gjorde det likt på testen måtte jeg se om det var forskjell på standpunktkarakterene til jentene og guttene i utvalget. Figur 6.1 viser at det var minimal forskjell. Da det totalt sett var noen flere gutter enn jenter som deltok på testen, valgte jeg å benytte prosentvis fordeling av standpunktkarakterene i mine diagrammer. Det kan se ut til at det er en liten tendens til at jentene er bedre representert enn guttene på karakteren G, mens guttene er litt bedre representert på M og Ng. Forskjellen er ubetydelig.

Det var to gutter som hadde Lg i standpunkt og 22 elever som hadde S i standpunkt. De er relativt få i forhold til at mer enn 600 elever deltok i testen, de utgjør knappe fire prosent. Karakterene bør være noenlunde normalfordelt for et så vidt stort antall elever, og da forventes det få elever på karakterene S og Lg. Karakterene var kodet slik: S = 5, M = 4, G = 3, Ng = 2, Lg = 1. Jentenes middelværdi med hensyn til standpunktkarakter er 3,128. Guttenes middelstandpunkt var 3,111.

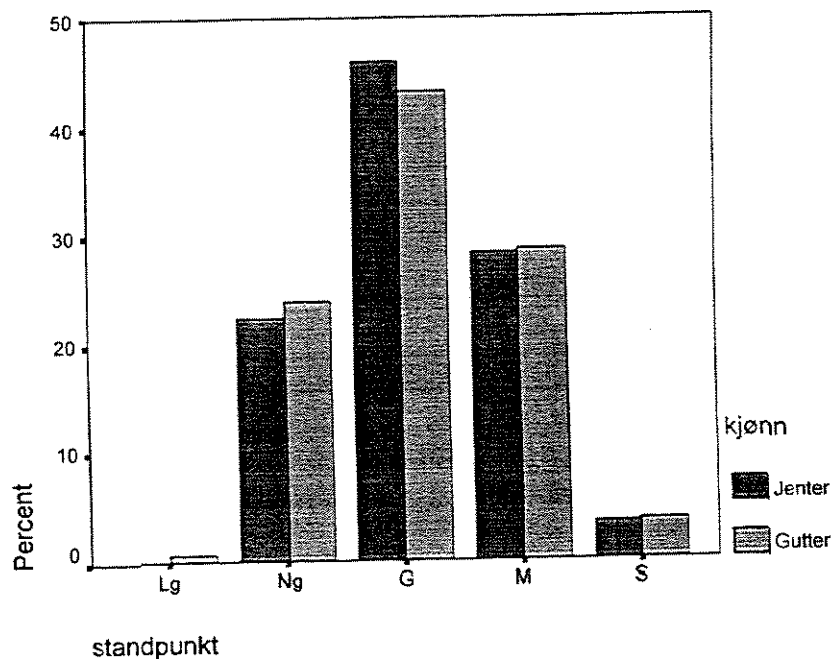
6.1.1 Testresultater for jenter og gutter

Det fremgår av figur 6.2 at guttene skåret signifikant høyere enn jentene på denne testen. Sett i sammenheng med standpunktkarakterene, innebærer dette muligens at mitt utvalg av oppgaver samlet utgjør en test som favoriserer guttene. TIMSS-undersøkelsen for trettenåringer viser en svak tendens til forskjell i guttenes favør. Jeg finner at guttene har middel skåre om lag

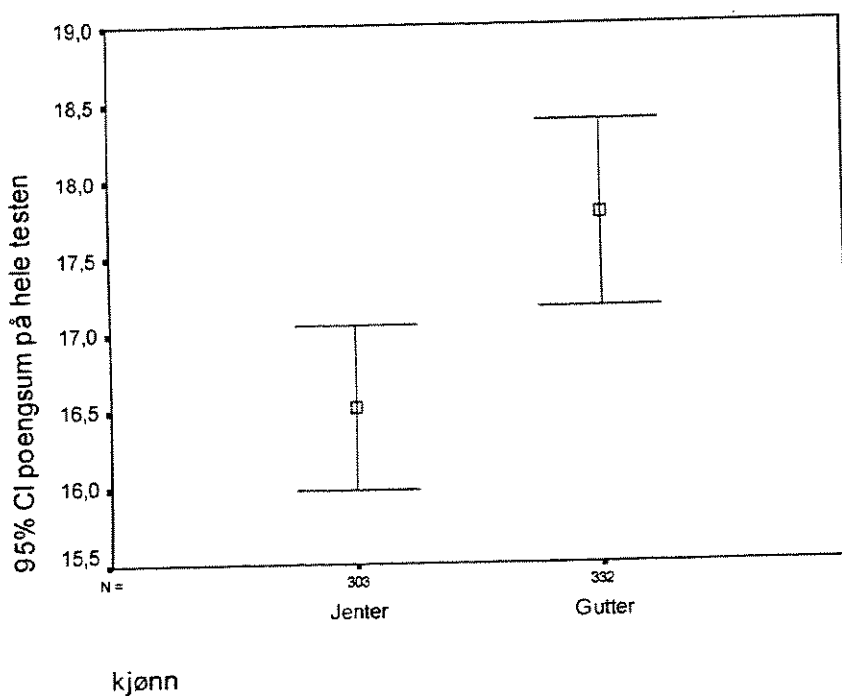
1,5 poeng høyere enn jentene på min test. TIMSS-rapporten for trettenåringer konkluderte med følgende (Lie, Kjærnsli & Brekke, 1997, s41):

Men ved å sammenligne resultatene i matematikk og naturfag, er det mer som tyder på at de norske jentene er bedre til å uttrykke seg skriftlig enn guttene, enn at de er dårligere til å løse flervalgsoppgaver.

Av den grunn tror jeg neppe forskjellen i samlet testskåre mellom kjønnene kan tilskrives oppgaveformatet. Oppgavene i min test var valgt utfra helt andre kriterier enn at testen skulle ha jevn fordeling av jenteoppgaver og gutteoppgaver.



Figur 6.1 Prosentvis fordeling av standpunktkarakterer utfra kjønn.



Figur 6.2. Poengsum på testen utfra kjønn, 95% konfidensintervall.

6.1.2 Testresultater sammenlignet med TIMSS

Ovenfor viste jeg at selv om det ikke er forskjell på standpunkt karakterer hos jenter og gutter, så skårer guttene signifikant høyere enn jentene på denne testen. I TIMSS hadde jenter og gutter svært like testskåre. Jeg hadde overvekt av oppgaver fra emnet "tall" i min test (kapittel 4.2). I kapittel 8.5 hevder jeg at mange av disse oppgavene i testen viste seg å være såkalte gutteoppgaver (kapittel 6.1). Da jeg valgte ut oppgaver til testen, var det ikke ut fra kriteriene at jenteoppgaver og gutteoppgaver skulle være representert i samme forhold som i TIMSS-undersøkelsen. I første rekke var jeg ute etter oppgaver som testet elevenes romforståelse, samt å undersøke elevsvar på oppgaver med ulik kontekst og noen lunde likt matematisk innhold (kapittel 4.2).

Resultatene fra de typiske jente- og gutteoppgavene i TIMSS hovedundersøkelse som også er med i min test, har jeg analysert i dette kapitlet og i kapittel 8. I disse analysene inngår det en sammenligning av resultatene fra min test med resultatene til trettenåringene i TIMSS hovedundersøkelse (kapittel 4.4.1). Brekke, Kobberstad, Lie & Turmo (1998) analyserer forskjeller på jenters og gutters løsninger flere steder i sin bok. Jeg tolker deres analyser dit hen at oppgaver som er jenteoppgaver og gutteoppgaver i 7. og 8.klasse, fortsatt er jenteoppgaver og gutteoppgaver i 9.klasse. Når jeg ellers i denne oppgaven sammenligner mine resultater med TIMSS-resultater, er det først og fremst resultater til 9.klassingene i TIMSS tilleggsundersøkelse jeg sammenligner med (kapittel 5).

Kun tre typiske jenteoppgaver fra TIMSS var med i min test, og de tre oppgavene ble gitt til om lag 400 elever. Formingsjentenes (kapittel 7.1) resultater på disse oppgavene er analysert i kapittel 8.2.1. I tillegg er resultatene på én av dem, oppgave J 15 om formlikhet, også analysert i kapittel 7.4. Mine resultater på disse tre oppgavene avvek ikke nevneverdig fra resultatene i TIMSS hovedundersøkelse.

Seks av de tretten mest typiske gutteoppgavene fra TIMSS hovedundersøkelse er å finne blant de oppgavene som var med i min test. Resultatene på disse oppgavene fra TIMSS Norge, TIMSS internasjonalt og min test fremgår av tabell 6.1.

Oppgave	Differens			Emne	Hva oppgaven handlet om.
	Norge TIMSS 13 år	Int. TIMSS 8.kl	Min test		
"Gutteoppgaver"					
Prosentpoeng i guttenes favør					
I03	17	7	10	Målinger	Hvor mange 750ml flasker trengs til 600 liter
I09	11	2	0	Datarepresentasjon	Gitt brøkvis fargefordeling av kuler i en pose. Finn hvilken farge som det er størst sannsynlighet for å trekke.
O02	11	7	12	Tall	Prisøking fra 60 til 75 kr. Hvor mange prosent
O08	11	3	6	Geometri	Finne rotasjonssenteret for en gitt trekant
K06	10	8	12	Tall	Overslag, addere 15% til 1172.
M04	10	6	19	Tall	Finne den største av fire brøker med ulike nevner

Tabell 6.1 Resultatet av "gutteoppgaver" i TIMSS som også var med i min test. Her sammenligner jeg forskjeller i guttenes favør, mine resultater sammenlignes med *trettenåringene* i TIMSS.

Den mest typiske gutteoppgaven i TIMSS omhandler biler, bremselengde og hastighet (kapittel 3.1.4). "Noen", i følge Lie, Kjærnsli & Brekke (1997), mener at biler, hastighet og bremselengde er

en typisk guttekontekst. Hva "noen" bygger denne påstanden på, fremgår ikke. Det kan være en myte. Dette går jeg nærmere inn på i 6.3.3-6.3.6.

6.1.3 Gutteoppgaver i min test

Tabell 6.2 viser en oversikt over de mest typiske gutteoppgavene i min test. De to mest typiske av dem omhandler biler, hastighet og tid. En sentral forskjell på TIMSS-undersøkelsen og min test, var at jeg kunne sammenligne skårene på disse to oppgavene med skårene på oppgaver med annen kontekst og noenlunde likt matematisk innhold. På den bakgrunnen kunne jeg vurdere antagelsen om at biler kombinert med hastighet og/eller bremselengde er en typisk guttekontekst.

"Gutteoppgaver" i min test. Prosentpoeng i guttenes favør.				Tilsvarende oppgave i TIMSS, resultater for trettenåringer	
Oppgave	Min test	Emne	Hva oppgaven handlet om.	TIMSS nr	Prosentpoeng i guttenes favør
M022139 *	29	Tall	Reduksjon i reisetid fra 25 til 20 minutter ved å bygge ny motorvei. Finne prosentvis reduksjon.	O 02 *	11
M04 **	19	Tall	Finne den største av fire brøker med ulike nevner.	M04 **	10
M022080	15	Målinger	Gitt anvendt kjøretid for tre biler. Finn hvem som hadde høyest snittfart.	L 12	
K07 **	15	Datarepr og sann- synlighet	Penner med ulik farge i skuff. Hvor mange blå når sannsynligheten for å trekke en blå er 2/7?	K 07 **	5
M022247 **	14	Datarepr sentasjon og sann- synlighet	Gitt sannsynligheten for å trekke ei blå kule blant 48 kuler i fire farger. Finn hvor mange blå kuler det er i skåla.	K 07 **	5
M022213	14	Geometri	Gitt et rektangel og en trekant. Hvor mange trekanter trengs for å dekke hele overflaten av rektangelet?	R 10	TIMSS 8.kl: - 10 TIMSS - Repeat 10.kl: +1
M022105 ***	12	Geometri	Gjenkjenne trekantet figur som er rotert 180 grader	M 05 ***	2
M05 ***	11	Geometri	Gjenkjenne sekskantet figur som er rotert 180 grader.	M 05 ***	2
M022155	11	Geometri	Finne rotasjonssenteret for en gitt trekant	O 08	11
O04	11	Tall	Avrunde desimaltall	O 04	6
M022141 *	11	Tall	Prisøking på blyanter gitt. Finn prisøking i prosent.	O 02 *	11

Tabell 6.2. De elleve mest typiske gutteoppgavene i min test.

- * to varianter av prosentoppgaven O 02 i TIMSS samt kjønnsforskjellene i skåre blant trettenåringene i TIMSS på oppgave O 02.
- ** oppgaver som handlet om sammenligning av brøker. Resultater på disse oppgavene blir analysert i kapittel 6.3.2.
- *** resultater på disse oppgavene blir analysert i kapitlene 7, 9 og 10.

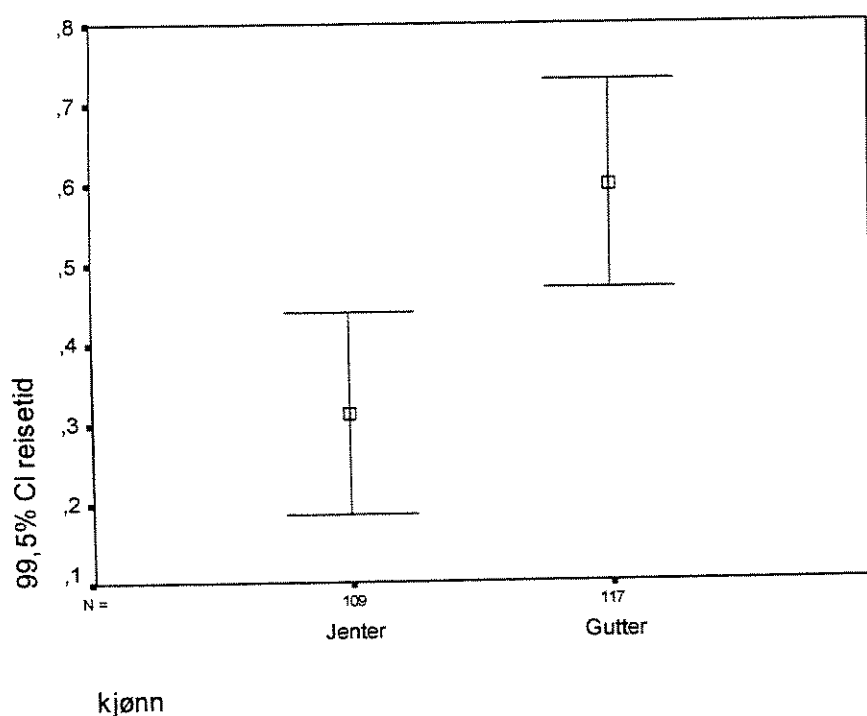
6.2 Kjøretøyer i bevegelse

6.2.1 Prosentoppgaver med ulik kontekst

"En vare øker i pris fra 60 kr til 75 kr. *Hvor mange prosent* er prisøkningen?" Dette var teksten på oppgave O 02 i TIMSS. Dette var en gutteoppgave, forskjellen i skåre var 11 prosentpoeng i guttenes favør. Denne oppgaven hadde to varianter i TIMSS-Repeat (tabell 6.2). Det matematiske innholdet var noenlunde likt mens konteksten varierte. Disse tre oppgavene har jeg merket (*) i tabell 6.2. Tabellen viser de mest typiske gutteoppgavene i min test.

En av variantene var svært lik den opprinnelige, mens oppgave nummer tre hadde hastighet og biler som kontekst: Reduksjon i reisetid fra 25 til 20 minutter ved å bygge ny motorvei, *finn prosentvis reduksjon* i reisetid. I mine forhåndsvurderinger (tabell 4.1) antok jeg at oppgaven med biler og hastighet hadde et noe vanskeligere matematisk innhold enn de to øvrige oppgavene.

Resultatene på oppgavene merket * i tabell 6.2 kan tyde på at når det matematiske innholdet i en gutteoppgave (prosentregning) blir plassert i en kontekst som ser ut til å favorisere guttene (biler og reisetid), så blir kjønnsforskjellene i skåre kraftig forsterket. Forskjellen i skåre i guttenes favør øker fra 11 til 29 prosentpoeng i dette tilfellet. Figur 6.3 viser at guttene skårer *signifikant* høyere enn jentene, $p < 0.005$, på oppgaven om prosent og reisetid.



Figur 6.3 Forskjell på guttesvar og jentesvar på oppgaven om prosentvis reduksjon i reisetid på en motorvei. Middelverdier og 99,5 % konfidensintervall.

Mine funn på de tre prosentoppgavene støtter opp under antagelsene som er nevnt i TIMSS (Lie, Kjærnsli & Brekke), om at konteksten biler og hastighet er en typisk guttekontekst. Figur 6.3 viser at forskjellen i skåre på oppgaven om prosentvis reduksjon av reisetid er signifikant, $p < 0.005$. Prosentoppgaver er gutteoppgaver både i TIMSS og i min test. Forskjellene i skåre mellom kjønnene på denne oppgaven skyldes derfor trolig *både* konteksten og det matematiske innholdet. *Å finne prosenten* er en ganske håpløs oppgave for elever som har dårlig forståelse av brøkbegrepet. Tabell 6.2 viser at 4 av de 5 mest typiske gutteoppgavene i min test tester elevene på forståelse av brøk. Det er langt fra opplagt at prosentoppgaver er gutteoppgaver. Begge de to

oppgavene i TIMSS som omhandlet prosentregning, viste seg å være gutteoppgaver. Forskjellene i skåre var 11 og 17 prosentpoeng i guttenes favør. Det er viktig og nyttig informasjon til meg som matematikk-lærer. Jeg hadde ikke trodd det uten at jeg hadde sett tallene fra TIMSS. Det ser også ut til at guttene skårer høyere enn jentene på oppgaver der brøker skal sorteres etter størrelse (kapittel 6.4).

6.2.2 Omvendt proporsjonalitet i ulike kontekster

"Fire elever målte bredden av et rom ved å telle antall skritt. Steinar brukte 10 skritt, Else 8 skritt, Anne 9 skritt og Carl 7 skritt. Hvem tok lengst skritt?" Dette er innholdet i oppgave L12 i TIMSS. Denne oppgaven hadde to varianter i TIMSS-Repeat. I dette kapitlet konsentrerer jeg meg om den varianten som hadde mest ulik kontekst, biler og hastighet.

"Tre biler kjørte den samme strekningen. Bil X brukte 3 timer, bil Y brukte 3½time og bil Z brukte 4 timer. Hvilken bil kjører med høyest gjennomsnittsfart?" Svaralternativene var i tillegg til hver av de 3 bilene, alternativet "Du kan ikke si noe om det utfra den informasjonen du har fått." Dette er innholdet i oppgave M 022080 fra TIMSS-Repeat.

Det matematiske innholdet er tilsynelatende likt i disse to oppgavene, men konteksten er i høyeste grad ulik. Resultatet var at jenter og gutter skåret likt på oppgaven om skrittmåling i min test, mens tabell 6.3 viser at guttene hadde hele 15 prosentpoeng høyere skåre enn jentene på oppgaven om biler og hastighet. Fra tabell 6.4 ser vi at guttene skårer signifikant høyere enn jentene på denne oppgaven, $p < 0.05$. Dette støtter opp under antagelsene fra TIMSS om at fart og biler kan være en guttekontekst.

I kapittel 4.2 anførte jeg at fordi elevene var vant til å forvente at hastighet er vanskelig å regne med, forventes oppgaven med hastighet på biler å være vanskeligst av disse tre. Hastighet på biler måles i reelle tall, mens antall skritt måles i positive heltall. For å kunne løse oppgavene som omhandler menneskeskritt, behøver elevene kun et delvis begrep om multiplikasjon. De kan telle seg frem til løsningen. For å kunne løse oppgavene med biler og hastighet, kreves en langt bedre forståelse for multiplikasjonsbegrepet (Brekke, 1995). Brekke, Kobberstad, Lie & Turmo (1998, s104) skriver om skrittmålingsoppgaven L12:

Denne oppgaven dreier seg ikke om standardiserte måleenheter.

L97 presiserer at det må arbeides med ulike naturlige enheter for lengde før introduksjon av SI-enheter.

Jeg har selv undervist elever med dårlig forståelse av meterbegrepet ved å gå ut og telle skritt. Deretter kalte vi ett langt skritt for en meter. Det var vellykket. På det viset kunne matematikk-undervisningen ta utgangspunkt i elevenes egen erfaring fra mesorommet (kapittel 2.8), utgangspunktet for undervisningen var elevenes innenfra-forståelse og deres spontane meterbegreper (kapittel 2.4.1). Matematikkundervisningen var knyttet til en kontekst som var kjent for både elever og lærer. Jeg mener at det matematiske innholdet i disse oppgavene er omvendt proporsjonalitet, ikke målinger slik TIMSS klassifiseringen gir uttrykk for. Skrittlengden er omvendt proporsjonalt med antall skritt man går over en gitt strekning. Hastigheten er omvendt proporsjonal med tiden en bil bruker på en gitt strekning. Jeg vil hevde at elever som mangler forståelse for proporsjonalitetsbegrepet, vil ha vansker med å forstå sammenhengen mellom tid og hastighet. Skrittmåling er etter min oppfatning et utmerket utgangspunkt for innføring av proporsjonalitet i skolen, fordi de aller fleste elevene har egen erfaring med å gå skritt av ulike lengde.

Ulik kontekst - forskjellig testresultat

Oppgaven med skrittmålinger ble løst riktig av 89% av elevene i min test (tabell 9.7), jenter og gutter skåret likt. Oppgaven med biler og hastighet ble løst riktig av 74% av guttene og 59% av jentene. For disse to oppgavene gjelder følgende:

- Det matematiske innholdet er noenlunde likt, men vanskelighetsgraden er ulik.
- Konteksten er ulik.

Det innebærer at begge disse faktorene får innvirkning på elevenes valg av løsninger. I TIMSS-Repeat var det en variant til av denne oppgaven, også der var konteksten mennesker og skritt. På den oppgaven skåret jenter og gutter likt. Disse tre oppgavene er nærmere omtalt i kapittel 9.5, der jeg analyserer skaternes skåre på skrittmålingsoppgavene.

snittfart på biler, oppgave M022080 fra TIMSS-Repeat				
		ikke riktig svar	riktig svar	Total
Jenter	Antall	39	56	95
	Forventet antall	31,8	63,2	95
	prosent	41,1	58,9	100
Gutter	Antall	26	73	99
	Forventet antall	33,2	65,8	99
	prosent	26,3	73,7	100
Total	Antall	65	129	194
	Forventet antall	65	129	194
	prosent	33,5	66,5	100

Tabell 6.3 Elevsvar på oppgaven om biler og hastighet, M022080, utfra kjønn. Forventet antall er beregnet utfra andel jenter og gutter i utvalget og utfra hvor stor del av samtlige elever i utvalget som løste oppgaven riktig.

Kji kvadrat-test, oppgave M 022080 fra TIMSS-Repeat					
	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	4,760	1	0,029		
Continuity Correction	4,119	1	0,042		
Likelihood Ratio	4,782	1	0,029		
Fisher's Exact Test				0,0337	0,0211
Linear-by-Linear Association	4,735	1	0,030		
N of Valid Cases	194				
a	Computed only for a 2x2 table				
b	0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 31,83.				

Tabell 6.4 Kji-kvadrat test for korrelasjon mellom kjønn og svar på oppgaven om biler og hastighet, M 022080.

6.2.3 Guttekontekst?

Under drøftingene av forskjeller i skåre mellom kjønnene i TIMSS-undersøkelsen, blir det anført (Lie, Kjærnsli & Brekke, 1997, s 76) at *"noen vil hevde at biler, hastighet og bremselengder er mer typisk guttekontekst enn jentekontekst"*. Dersom biler kombinert med hastighet og/eller bremselengde er en typisk guttekontekst, forventes guttene å skåre høyere enn jentene på slike oppgaver. I TIMSS var det to oppgaver med slik kontekst, og på begge oppgavene skåret guttene betraktelig høyere enn jentene. Problemet der var at ingen andre oppgaver hadde tilsvarende matematisk innhold, slik at det ikke var noen andre oppgaver å sammenligne med. Et av poengene med TIMSS-Repeat er nettopp å ha flere oppgaver med noenlunde likt matematisk innhold, mens konteksten varierer.

Den mest typiske gutteoppgaven i min test omhandlet reisetid på en motorvei. I to varianter av oppgaven var konteksten pris på ulike varer, der var forskjellen i skåre mellom jenter og gutter betydelig lavere. En annen av de mest typiske gutteoppgavene omhandlet biler og hastighet. I en variant av oppgaven var konteksten mennesker som gikk skritt, på den oppgaven skåret jenter og gutter likt. Min test inneholdt ingen andre oppgaver der konteksten var kjøretøyer i bevegelse. På begge disse to bilkjøringsoppgavene skåret guttene signifikant høyere enn jentene. Disse funnene fører til følgende spørsmål: *Skårer gutter høyere enn jenter på oppgaver som omhandler kjøretøyer i bevegelse?*

6.2.4 Kontekst og hastighet

I min test mangler jeg oppgaver med hastighet der biler ikke er med. I TIMSS var det to slike oppgaver, og begge var gutteoppgaver. I TIMSS-rapporten står det ikke noe om hvordan innføringen av hastighetsbegrepet ble utført av lærerne, det sto heller ikke noe om hvor stor del av oppgavene i læreboka som omhandlet bilkjøring eller hva slags oppgaver lærerne valgte når de gjennomgikk slike oppgaver.

Jeg kjenner ikke til noen undersøkelser om hvordan norske ungdomsskolelærere innfører hastighetsbegrepet. Jeg vet at biler blir mye brukt. Dette er en kontekst som lærerne er fortrolige med, det er flust med bilkjøringsoppgaver i lærebøkene innen både dette og andre emner. I tillegg ble svært mange lærere selv undervist om biler da de lærte hastighetsbegrepet. Svært mange voksne, både matematikklærere og andre, har en mer eller mindre kontekstavhengig (kapittel 2.12.2) kunnskap om hastighet. Kunnskapen er knyttet til bilkjøring. Vi har erfaring fra bilkjøring, erfaring fra egen aktivitet i mesorommet. Vi har en innenfra-forståelse (kapittel 2.4.1) av å være sjåfør i bil. Mer enn en matematikklærer blir hjelpeløs hvis hun/han blir spurt om det er normalt å jogge i 18 m/s eller om hvorvidt lett trav hos en hest foregår i 12 km/t eller 25 km/t. Det nærmeste elevene kommer en slik innenfra-forståelse, er ved å simulere bilkjøring på playstation eller ved å sitte på pappas fang og styre bilen.

Mange elever har en utenfra-forståelse (kapitlene 2.2.3, 2.4.1 og 2.4.3) av bilkjøring. De er kun passasjerer i bilene og har aldri reflektert over verken fartsgrenser, oppbremsing, hastighet eller for den saks skyld hvor mange pedaler det er på gulvet. Men de fleste elevene har mye erfaring både med å løpe og å sykle, etter hvert også med både skateboard og rollerblades. Jeg tror vi lærere loser mange elever en omvei når vi benytter bilkjøring i matematikkoppgavene. I dagens norske skole er idrettsdagen et fast årlig innslag. Klassenes resultater fra 60 m er velegnet til å regne med fart og tid uten biler.

6.2.5 Kontekst der biler inngår

Biler alene ser ikke ut til å påvirke jenters og gutters skåre på oppgavene. En av TIMSS-Repeat-oppgavene (M 022169) lød: "På en parkeringsplass var det plass til 68 x 92 biler. Finn det beste overslaget over antall biler på parkeringsplassen." Av 194 elever var det 79 jenter og 83 gutter som svarte riktig, litt høyere skåre enn på den tilsvarende TIMSS-oppgaven, der bilene var erstattet med kålhoder. I denne oppgaven var det biler med, men konteksten omhandlet verken hastighet eller bremselengde. Forskjellen i skåre mellom jenter og gutter på denne oppgaven er ubetydelig, kun 2 prosentpoeng, til tross for at TIMSS konkluderer med at gutter er flinkere enn jenter til overslagsregning (Lie, Kjærnsli & Brekke, 1997). Oppgaven med kålhoder var den oppgaven i testen der jeg hadde størst avvik fra resultatene i TIMSS. Av den grunn tillegges elevskåre på den oppgaven svært liten vekt.

Tre relativt like oppgaver i sannsynlighetsregning hadde ulik kontekst - biler, lykkehjul og klinkekuler. Her ser det ikke ut til at bilene alene har favorisert guttene.

6.2.6 Kontekst og hastighet hos Piaget

Piaget undersøkte "Barnets oppfattelse av bevegelse og hastighet" i 1946. I 1971 forelå en dansk oversettelse, utført av tre menn, i boka "Barnets oppfattelse af tal, rum og bevegelse":

Med legetøjsbiler eller andre genstande, som bevægede sig ad forskellige baner, nogle ganger gennem tunneler, andre gange helt synligt, undersøgte Piaget barnets oppfattelse af "hurtigere end" og "lige hurtigt".

Om to "biler" startede og/eller kom i mål samtidigt, og om den ene overhalede den anden, var afgørende for de yngre børns opfattelse. Et andet forhold, som også kunne spille en rolle, var om de startede og/eller kom i mål ud for hinanden. (Meyer, Søholm & Vejleskov, 1971, s147-148)

Etter første gangs gjennomlesing trodde jeg at Piaget kun brukte *biler*, som er en typisk gutteleke i mine øyne, til å undersøke barns oppfattelse av hastighet. I en fotnote på side 149 refererer imidlertid oversetterne til et forsøk hvor to *dukker* beveget seg gjennom tunneller.

En mulig forklaring på at de mannlige oversetterne her har feilet, er at de uforvarende har oversatt Piaget til den konteksten de selv er mest fortrolig med.

Både på bakgrunn av Piagets teori og på bakgrunn av det jeg skriver om forståelse av multiplikasjonsbegrepet (tidligere i dette kapitlet) hevder jeg at oppgaven med biler og hastighet er vanskeligere enn oppgavene med å telle skritt. Elevskåre på disse tre oppgavene er nærmere beskrevet og analysert i kapittel 9.5.2.

6.3 Brøk

6.3.1 Divisjon - brøk - prosent

En dårlig forståelse av brøkbegrepet vil hemme innlæringen av prosentregning. Dårlig forståelse av brøk kan ha sammenheng med dårlig forståelse av divisjon. De to oppgavene i oppstilt divisjon fra TIMSS og TIMSS-Repeat var gutteoppgaver, oppgavene var svært like. TIMSS oppgaven lød: "Divider: $24,56 : 0,004$ "

Guttene skåret henholdsvis 32 og 35 prosentpoeng på disse to oppgavene, om lag 10 prosentpoeng *høyere* enn jentene på begge oppgavene. Det er verd å merke seg at i vårt naboland Russland skåret 68% av 7.klassingene i TIMSS riktig på oppgaven ovenfor (Brekke, Kobberstad, Lie & Turmo, 1998).

Kun 19% av norske 7.klassinger i TIMSS skåret riktig på denne oppgaven. På mange norske barneskoler er det vanlig praksis at klassestyrer er klassens matematikklærer, uavhengig av klassestyrers matematikkompetanse. Matematikkfaget har i den senere tid fått tildelt flere timer i lærerutdanningen. Av den grunn bør vi på sikt kunne forvente at en større del av elevene behersker divisjon når de forlater barneskolen.

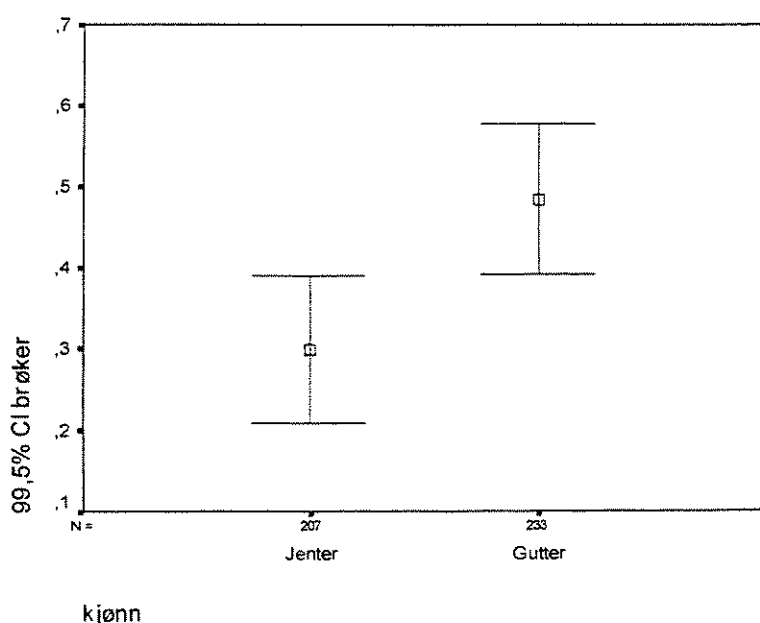
6.3.2 Den største eller den minste av 4 brøker

Gutteoppgave nummer to i min test handlet om å sammenligne brøker. Dette var også en gutteoppgave i TIMSS. I min test ble denne oppgaven gitt til 400 elever. Figur 6.4 viser at guttene skåret signifikant høyere enn jentene på denne oppgaven i min test, $p < 0.005$. TIMSS-Repeat-varianten av denne oppgaven var også en gutteoppgave i min test.

"I en pose med kuler er $1/6$ av kulene grønne, $1/12$ er gule, $1/2$ er hvite og $1/4$ er blå. En kule blir trukket fra posen, uten at en ser. Hvilken farge er det mest sannsynlig å trekke?" Dette var oppgave I 09, som var en typisk gutteoppgave i blant trettenåringene i TIMSS. Min

undersøkelse viste at gutter og jenter skårer likt. Dette var den eneste av gutteoppgavene blant trettenåringene i TIMSS, som ikke var en gutteoppgave i min test.

Når begge kjønn skårer likt på denne oppgaven, kan det skyldes tilfeldigheter. Årsaken kan også være følgende: Sannsynlighetsregning er ikke introdusert blant norske trettenåringene. Flere av elevene som deltok i min test, hadde derimot lært sannsynlighetsregning på skolen. Min test ble gjennomført blant elever i oktober - november i 10. klasse. Flere M-87 lærebøker for 10. klasse har tatt hensyn til at sannsynlighetsregning er på vei inn i læreplanen. Pensum starter med sannsynlighetsregning, og kuler inngår i konteksten på svært mange av oppgavene. Elevene som deltok i TIMSS-undersøkelsen, hadde ikke hatt undervisning i sannsynlighetsregning. Derfor var det ikke urimelig å forvente at jentene hadde halt innpå guttene i forhold til den grunnleggende delen av sannsynlighetsregningen. Tilsynelatende kunne det virke slik, utfra resultatene jeg fant på denne oppgaven. Dette kan også være en forklaring på at 76 % av elevene i min test svarte riktig på denne oppgaven, mens tilsvarende tall for 9.klassingene i TIMSS tilleggsundersøkelse var 68% (kapittel 5.6).



Figur 6.4 Jenters og gutters skåre på TIMSS-oppgaven om sammenligning av brøker. 99,5% konfidensintervall.

Tabell 6.5 viser elevskåre på de tre oppgavene i sannsynlighetsregning og de to brøkoppgavene. Det matematiske innholdet i disse fem oppgavene er sammenligning av brøker, hvilken brøk er størst/minst? Det er verd å merke seg at guttene jevnt over skårer høyere enn jentene på de fleste av disse oppgavene. Forskjellen i skåre mellom jenter og gutter var størst på den vanskeligste av disse oppgavene.

6.3.3 Finn en gitt brøkdel

Den andre TIMSS-oppgaven om sannsynlighetsregning som var med i min test, K 07, var vanskeligere. Spørsmålet i oppgaven lød: "I en skuff er det 28 penner, noen hvite, noen blå, noen røde og noen grå. Hvor mange blå penner er det i skuffen hvis sannsynligheten for tilfeldig å trekke en blå penn er $\frac{2}{7}$?" Kun 41% av elevene hadde riktig løsning. Denne oppgaven fantes i tre utgaver der konteksten var kuler, penner og suppebokser. Guttene skårer totalt sett noe høyere enn jentene bortsett fra på oppgaven med suppebokser. All den tid guttene skårer høyere enn

jentene på brøkoppgavene, bør jeg forvente forskjell i skåre på oppgavene om sannsynlighet. I TIMSS rapporten til Lie m.fl. uttaler de om oppgave K 07: "...vanskene i denne oppgaven er mer knyttet til problemer med brøkrekning enn å forstå sannsynlighetsbegrepet." (Lie, Kjærnsli & Brekke, 1997, s61)

	Kuler I 09 TIMSS	Biler M 022020 TIMSS-R	Lykkehjul M 022252 TIMSS-R	Brøk M 022104 TIMSS-R	Brøk M 04 TIMSS
Jenter	76	61	81	80	30
Gutter	76	69	89	89	49
Totalt	76	65	85	85	40
Poengskåre i favør av guttene	0	8	8	9	19

Tabell 6.5 Elevskåre på de tre enkleste oppgavene i sannsynlighetsregning og de to oppgavene der størrelsen på ulike brøker skulle sammenlignes. Oppgave M 04 ble gitt til 400 elever, de fire øvrige oppgavene ble gitt til 200 elever i min test.

6.4 Jenteoppgaver - gutteoppgaver - kontekst

Jeg hadde valgt ut oppgaver til en test der oppgaver med noenlunde likt matematisk innhold og ulik kontekst kunne sammenlignes. I tillegg valgte jeg ut oppgaver som skulle teste elevenes romforståelse. Testen omfattet også noen oppgaver i tallforståelse. Dessuten omfattet testen oppgaver som jeg syntes virket spennende i seg selv. Jeg hadde ikke til hensikt å plukke ut oppgaver til en test der jenter og gutter skulle skåre så likt som mulig. Denne testen viste seg å favorisere guttene. De mest typiske gutteoppgavene i denne testen var oppgaver som omhandlet biler og hastighet, og oppgaver som forutsatte forståelse av divisjon. Den mest typiske gutteoppgaven i denne testen, viste seg å være en oppgave om prosentvis reduksjon i reisetid på en motorvei.

To av jenteoppgavene fra TIMSS som også var med i min test, er oppgaver som omfatter romforståelse. I kapittel 7 foretar jeg nærmere analyser av elevskåre på de oppgavene.

De jentene som driver med tegning og forming på fritiden, lyktes godt med jenteoppgavene i denne testen. I tillegg lyktes de godt med noen flere oppgaver. Oppgaver som forutsetter forståelse av divisjon, er overrepresentert blant gutteoppgavene i min test. Alt dette kommer jeg nærmere tilbake til i kapittel 8 der jeg analyserer testresultatene til de jentene som driver med tegning og formingsaktiviteter på fritiden.

Når jeg analyserer elevskåre på jenteoppgaver og gutteoppgaver, forsøker jeg å finne fellestrekk ved jenteoppgavene og fellestrekk ved gutteoppgavene. Analyser av oppgaver i dette kapitlet tyder på at biler som kjører, representerer en kontekst som favoriserer guttene.

Et nytt spørsmål dukket opp i løpet av arbeidet med dette kapitlet: *Lykkes gutter bedre enn jenter med oppgaver som forutsetter forståelse for divisjon?* Dette spørsmålet vender jeg tilbake til i kapittel 8, når jeg analyserer testresultatene til de jentene som driver med tegning og/eller forming på fritiden.

I denne oppgavens kapittel 1.3 stilte jeg seks forskningsspørsmål. Det første spørsmålet lød: *Fører endring i kontekst i matematikkoppgaver til endring i frekvens av riktige og gale svar hos jenter og gutter?* Funn i mine data kan tyde på at dette kan være tilfelle i enkelte sammenhenger. Følgende spørsmål bør undersøkes i videre forskning: *Skårer gutter høyere enn jenter på oppgaver som omhandler kjøretøyer i bevegelse?*

Kapittel 7 Romforståelse, kjønn og formingsaktiviteter

"Gutter har bedre romforståelse enn jenter". Denne lille tesen blir jevnlig fremført. Noen ganger fordi "Det er noe alle vet" og andre ganger i mer eller mindre vitenskapelig innpakning. I dette kapitlet belyser jeg forskningsspørsmål 2 og 3 fra oppgavens kapittel 1.3: Har elever som driver med formingsaktiviteter, bedre romforståelse enn elever som ikke driver med slike aktiviteter? Har jenter og gutter like god romforståelse?

Kapitlet starter med at jeg undersøker eventuell korrelasjon mellom elevenes standpunktkarakterer og riktig løsning på de åtte oppgavene som primært tester elevenes romforståelse. Jeg visste ikke på forhånd om elevene med best standpunktkarakterer hadde høyest frekvens av riktige løsninger på disse oppgavene. (Jenter og gutters testskåre og standpunktkarakter er analysert i kapittel 6.) Videre undersøker jeg eventuelle sammenhenger mellom matematikkskåre og deltakelse i formingsaktiviteter. Dette gjør jeg ved å vurdere elevenes standpunktkarakterer og testskåre i forhold til deltakelse i formingsaktiviteter på fritiden. Elevskåre på de samme åtte oppgavene om romforståelse blir deretter analysert i forhold til de to forskningsspørsmålene.

7.1 Definisjoner og betegnelser

Jeg har valgt å benytte følgende definisjoner og betegnelser i denne oppgaven:

Rotasjonsoppgaver betegner oppgaver som tester elevene i gjenkjenning av roterte objekter, oppgavene stiller *ikke* krav om formell matematisk kunnskap i tillegg. Dersom oppgavene også tester elevene i formell matematisk kunnskap, vil det være presisert i teksten.

Lappeteknikkoppgaver er oppgaver som tester elevene i plassering av flere like trekanten inn i en større figur.

Å drive med en aktivitet er i denne oppgaven ensbetydende med å drive med aktiviteten omtrent en gang i uka eller oftere utenom skoletiden.

Formingsjenter betyr i denne oppgaven jenter som driver med tegning og/eller forming omtrent en gang i uka eller oftere utenom skoletiden. På samme vis betyr "formingselever" både jenter og gutter som driver med tegning/forming.

7.2 Matematikk og forming

Romforståelse er et sammensatt begrep. Jeg har valgt å holde meg til Lindsay A. Tarte's karakterisering av romforståelse (kapittel 2.9.1). Det medfører at med romforståelse mener jeg mestring av *både* romlig visualisering og romlig orientering. Romlig visualisering omfatter både mental rotasjon og mental transformasjon (figur 2.8). På den bakgrunnen hevder jeg at en test som hovedsakelig omfatter oppgaver i rotasjon, vil gi et ufullstendig bilde av elevenes romforståelse.

Det var åtte oppgaver i testen som primært testet elevenes romforståelse, fire TIMSS oppgaver samt en variant av hver av dem fra TIMSS-Repeat:

- To oppgaver omhandlet tredimensjonal rotasjon
- To oppgaver omhandlet todimensjonal rotasjon
- To oppgaver omhandlet mental transformasjon (formlikhet)
- To oppgaver handlet om plassering av deler i en helhet (lappeteknikk)

Disse åtte oppgavene har jeg i denne oppgaven betegnet som "*romforståelsesoppgaver*". De fire av dem som var med i TIMSS, J 15, K 03, M 05 og R 10, finnes i sin helhet i vedlegg 10 i Appendix.

I min test var det i tillegg tre oppgaver i rotasjon som forutsatte at elevene også hadde formell matematisk kunnskap. Resultatene på disse tre oppgavene har jeg *ikke* analysert nærmere i denne oppgaven. Jeg ønsket å konsentrere meg om de rotasjonsoppgavene som kunne løses uten formell matematisk kunnskap.

Selv om resultatene på min test stemmer godt overens med resultatene fra TIMSS, har jeg så få elever med i testen at tilfeldigheter kan føre til avvikende svar. Spesielt gjelder dette når jeg deler elevene opp i mindre grupper utfra både kjønn og deltakelse i fritidsaktiviteter (kapittel 5.3.4). De fire TIMSS-oppgavene som primært tester elevene på romforståelse, ble gitt til om lag 400 elever i min test. TIMSS-Repeat variantene av de samme oppgavene ble gitt til om lag 200 elever. Da jeg grupperte elevene etter kjønn og deltakelse i formingsaktiviteter, fikk jeg forholdsvis små elevgrupper. Når jeg undersøker korrelasjon mellom standpunkt karakterer og samlet testskåre i dette kapitlet, deler jeg elevene opp etter både kjønn og deltakelse i formingsaktiviteter. I resten av dette kapitlet deler jeg elevene enten inn etter kjønn eller etter deltakelse i formingsaktiviteter på fritiden.

7.2.1 Standpunkt karakterer og romforståelse

Jeg undersøkte eventuelle sammenhenger mellom standpunkt karakterer og riktig løsning av romforståelsesoppgavene. Det matematiske innholdet i oppgavene var i liten grad pensum etter M-87, mens oppgavens innhold derimot inngår i pensum etter L-97.

Formlike trekanten inngikk i pensum etter M-87. I innledningen til geometrikapitlet der står det blant annet at *"Emnet er særlig godt egnet til å få elevene til å forstå betydningen av å være nøyaktig."* (Mønsterplan for grunnskolen, 1987, s200). Geometripensum etter M-87 innenfor avbildning og symmetri begrenser seg til kun å være kongruensavbildning, speiling om en rett linje og et punkt. Geometridelen etter M-87 for ungdomstrinnet var svært nært knyttet opp mot konstruksjoner med passer og linjal og mot beregninger av areal og volum av gitte figurer. Romgeometri var kun tatt med i forbindelse med at overflate og volum av rett prismer og sylindere var pensum.

Geometridelen i L-97 er ikke så nært knyttet opp mot konstruksjoner med passer og linjal. Der finner vi formuleringer av typen *..gjøre erfaringer med romfigurer, få trening i å se og oppfatte kjennetegn og egenskaper ved former, mønstre og figurer, også romfigurer som prismer, pyramider, sylindere, kjegle og kule, arbeide med begrepene formlikhet og kongruens, bli kjent med de regulære romfigurene..* (Læreplanverket for den tiårige grunnskolen, 1996). Etter L-97 skal elevene arbeide med begrepet formlikhet, mens etter M-87 var fokus i større grad rettet mot konstruksjon av formlike trekanten samt beregninger av formlike størrelser. Rotasjoner er ikke pensum etter M-87, mens det inngår i L-97 pensum.

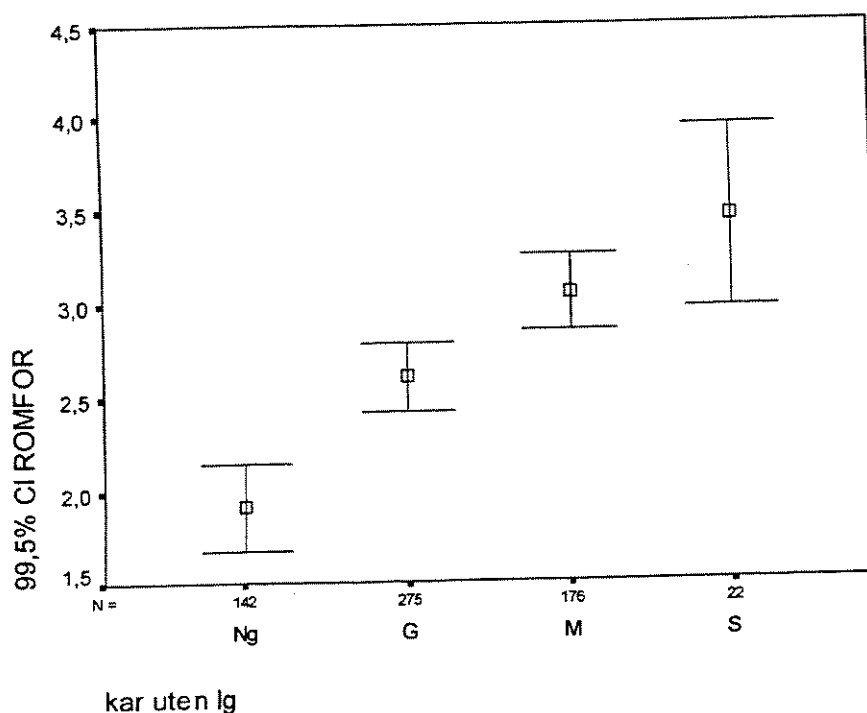
Elevene som deltok i min test, var siste årskull som fikk undervisning etter M-87 (kapittel 4.4). Elevene som deltok i TIMSS, ble også undervist etter M-87. Det matematiske innholdet i formlikhetsoppgavene og lappeteknikkoppgavene er pensum både etter M-87 og etter L-97.

Jeg regnet ut samlet skåre på de fire romforståelsesoppgavene for hver elev. Deretter undersøkte jeg om samlet testskåre på disse oppgavene korrelerte med standpunkt karakterene. Figur 7.1 viser at bortsett fra i ytterendene var det signifikant positiv korrelasjon, $p < 0.005$, mellom standpunkt karakterer og riktig løsning på romforståelsesoppgavene i denne testen. Vi ser av figuren at det er overlapping mellom karakterene M og S. De to elevene som hadde Lg i standpunkt, ble holdt utenom denne konkrete testen. De hadde riktig løsning på flere av disse oppgavene og begge hadde riktig løsning på bortimot halvparten av oppgavene i testen. Disse to elevenes resultater er nærmere analysert i kapittel 5.4.1.

7.2.2 Matematikkskåre og formingsaktiviteter

Det var flest jenter blant formingselevene. 36% av jentene er formingsjenter, mens bare 14% av guttene driver med formingsaktiviteter. Jeg undersøkte standpunktkarakterene til formingselevene (kapittel 7.1.3) i forhold til kjønn. Standpunktkarakterene er her kodet slik at S = 5, M = 4, G = 3, Ng = 2 og Lg = 1. Formingselevene har samme middelerdi på standpunktkarakterene som øvrige elever. Vi ser av tabell 7.1 at de guttene som driver med forming har en tanke lavere middell standpunktkarakter enn øvrige ungdommer. Dette er en liten gruppe elever. Disse 44 guttene viste seg å ha stor spredning av testresultatene, noe som fremgår av figur 7.2. Jeg har vurdert det som at formingsguttenes testresultater har liten informasjonsverdi og er veldig usikre, av den grunn går jeg ikke nærmere inn på deres resultater.

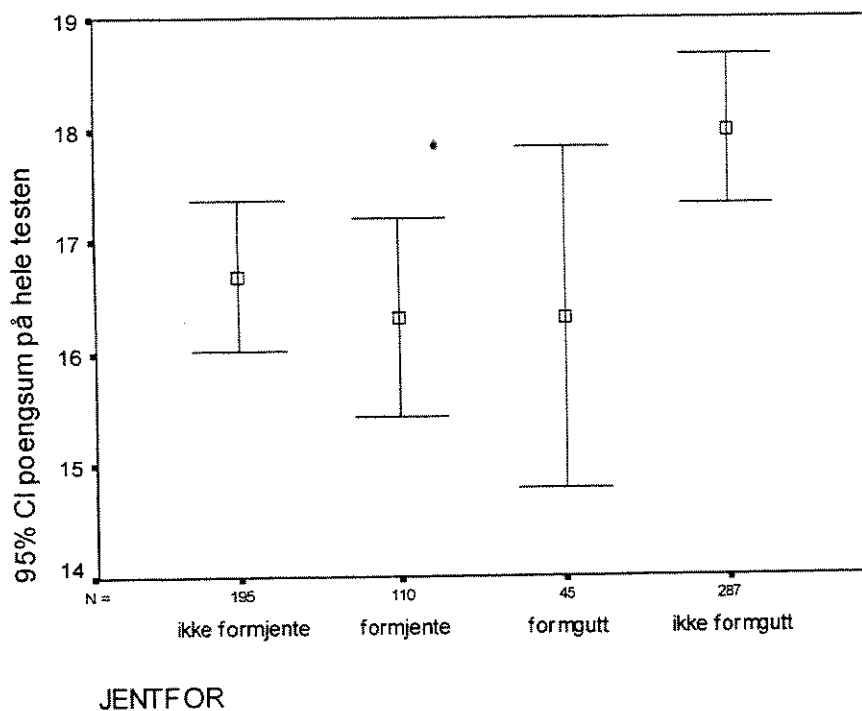
Formingselevenes testskåre fremgår av tabell 7.1 og figur 7.2. Samlet testresultat viste at guttene skåret høyere enn jentene (kapittel 6). Figur 7.2 viser at de guttene som *ikke* driver med tegning og/eller forming på fritiden, skårer signifikant høyere enn formingsjentene på testen, $p < 0.05$. Formingsjentene var likevel den av de fire gruppene som hadde høyest middelerdi med hensyn til standpunktkarakterene, slik tabell 7.1 viser. Noe av forklaringen på dette kan skyldes utvalget av oppgaver (kapittel 5.4). Formingsjentenes testskåre blir analysert i kapittel 8. Innledningsvis i oppgaven stilte jeg forskningsspørsmålet: Har elever som driver med formingsaktiviteter, bedre romforståelse enn elever som ikke driver med slike aktiviteter? I kapittel 7.2.1 fant jeg at det var positiv korrelasjon mellom standpunktkarakterene og riktig løsning på romforståelsesoppgavene i testen. I dette avsnittet har jeg vist at formingselevene har samme middelerdi av standpunktkarakterene som øvrige elever. Standpunktkarakterene var likt fordelt blant jenter og gutter som deltok i testen (kapittel 6.1). Videre skal jeg analysere testresultater på romforståelsesoppgavene blant både formingselever og blant jenter og gutter.



Figur 7.1 Sammenhengen mellom standpunktkarakterer og riktig skåre på romforståelsesoppgavene i testen. De som hadde Lg i standpunktkarakter er holdt utenfor. 99,5% konfidensintervall.

	Standpunktkarakter			Testskåre		
	Middel-verdi	N	Standard-avvik	Middel-verdi	N	Standard avvik
ikke formingsjenter	3,10	187	0,76	16,7	195	4,73
formingsjenter	3,18	105	0,85	16,3	110	4,72
formingsgutter	2,93	44	0,76	16,3	45	5,07
ikke formingsgutter	3,14	280	0,84	18,0	287	5,74
Total	3,12	616	0,81	17,2	637	5,28

Tabell 7.1 Middels standpunktkarakterer og testskåre hos elever utfra kjønn og hvorvidt de er formingselever eller ikke.



Figur 7.2. Poengsum på testen utfra kjønn og hvorvidt elevene er formingselever eller ikke.

7.3 Rotasjon

7.3.1 Tredimensjonal rotasjon

I disse oppgavene ble elevene presentert for en figur som var sammensatt av flere kubiske klosser. Oppgaven gikk ut på å gjenkjenne figuren blant flere lignende figurer etter at den var rotert. Disse to oppgavene var omtrent like vanskelige. Jeg fant ubetydelige forskjeller i skåre mellom gutter og jenter, guttene skåret kun 2-3 prosentpoeng høyere enn jentene. Formingselevene skåret likt med de elevene som ikke driver med tegning/forming, mens spredningen av resultatene var størst blant de elevene som ikke driver med tegning og/eller forming på fritiden.

7.3.2 Todimensjonal rotasjon

Oppgavene i todimensjonal rotasjon falt vanskeligere for elevene enn oppgavene i tredimensjonal rotasjon. Om lag halvparten av elevene løste dem riktig. Jeg presiserer at jeg her snakker om de oppgavene som primært testet på rotasjon, og ikke de oppgavene som testet på formell matematisk kunnskap i tillegg (kapittel 7.1). Av tabell 6.2 i kapittel 6.1.3 fremgår det at begge oppgavene i todimensjonal rotasjon var gutteoppgaver i min test.

Da jeg testet på korrelasjon mellom deltakelse i formingsaktiviteter og riktig løsning på disse oppgavene, fant jeg omtrent samme resultat for begge oppgavene. Figur 7.3 viser at det ikke fins antydning til positiv korrelasjon mellom regelmessig utøvelse av formingsaktiviteter på fritiden og riktig løsning på TIMSS-oppgaven M 05 om todimensjonal rotasjon. Det kan derimot se ut til å være en anelse negativ korrelasjon mellom riktig løsning og det å drive med formingsaktiviteter. Dette kan ha sammenheng med at det er flest jenter som driver med formingsaktiviteter på fritiden, og oppgavene var gutteoppgaver. Hva som er årsak og hva som er virkning, skal jeg ikke gi meg ut på å mene noe om i denne forbindelse.

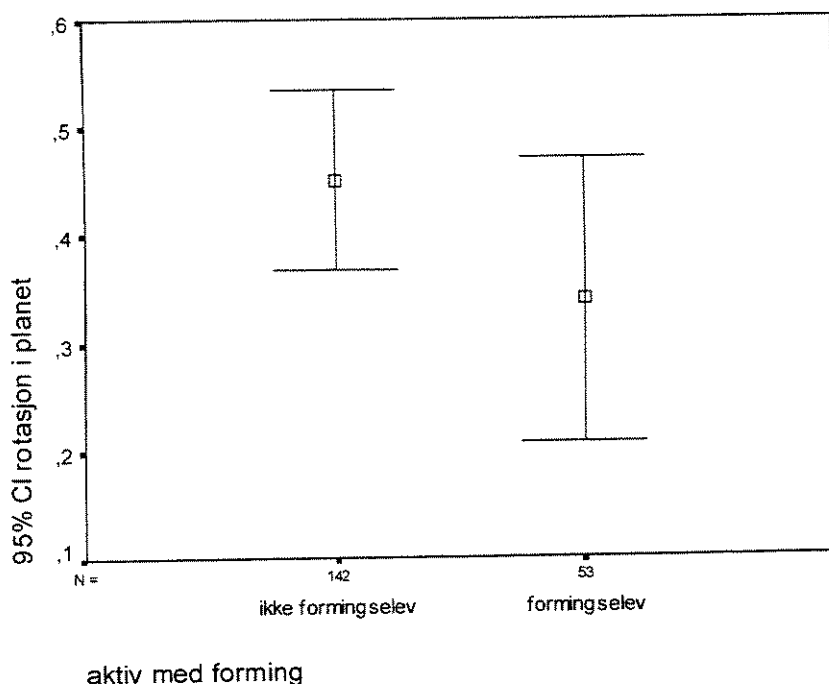
Allmenlærerne i grunnskolen i Norge er i stor utstrekning rekruttert blant dem som lyktes med alt annet enn matematikk på skolen. Mange av dem ble formingslærere. I årevis var det slik at de som manglet matematikk fra videregående skole, kom inn på lærerutdanninga. Grunnskolen i Norge har ikke vektlagt tverrfaglige prosjekter forming-matematikk før L-97 ble innført. Jeg var en tur innom skolens tegnesal da min klasse lærte portrett-tegning. Elevene hadde nettopp lært å lage hjelpelinjer, og de tegnet hverandre. Ei jente som var svært flink å tegne, var den eneste som ikke benyttet hjelpelinjer. Hun sa at hun syntes hun tegnet bedre uten. Fordi hun var flink til å tegne, holdt hun på å gå glipp av å få formalisert denne geometrikunnskapen.

En mulig forklaring på formingselevenes lave skåre på disse oppgavene, tror jeg er at de elevene som driver med formingsaktiviteter, ikke har egen erfaring med dette fra sitt mesorom (kapittel 2.8). Formingselevene jobber mye i mikrorommet, på papiret eller på pulten. Jeg vil hevde at det gir dem begrensede muligheter til å få en innenfra-forståelse (kapitlene 2.2.3 og 2.4.1) av det de holder på med. De har erfart få eller ingen sammenhenger mellom det de holder på med og geometri. Dette kommer jeg nærmere inn på når jeg analyserer skaternes resultater på disse oppgavene i kapittel 9.3.2. Før jeg gikk i gang med å analysere mine data, trodde jeg rent intuitivt at elever som drev aktivt på med tegning eller forming på fritiden, ville ha et fortrinn fremfor andre når det gjaldt å gjenkjenne en todimensjonal tegnet figur som er rotert. Fra figur 7.3 ser vi at det ikke er belegg for dette i de data jeg har analysert.

7.4 Mental transformasjon

Formlikhet dreier seg om romforståelse på det viset at det er en type mental transformasjon, som igjen hører inn under romlig visualisering. En todimensjonal figur transformeres til en annen todimensjonal figur. Figurene kan gjerne være speilvendt av hverandre og størrelsen behøver ikke være lik. Slik transformasjon blir benyttet når man for eksempel skal sy en kjole og har et mønster som er et nummer for stort. De to oppgavene om formlikhet i testen gikk ut på at elevene skulle plukke ut to av fire trekanten som var formlike.

Dette var en forholdsvis enkel oppgave, om lag 80% av elevene hadde riktig løsning. Begge oppgavene var jenteoppgaver i min test, forskjellen i skåre var henholdsvis 9 og 6 prosentpoeng i jentenes favør på TIMSS- og TIMSS-Repeat-oppgavene. Jeg fant ingen korrelasjon mellom utøvelse av formingsaktiviteter på fritiden og riktig løsning på noen av disse to oppgavene. Formingselevene og øvrige elever hadde omlag samme middel skåre på begge oppgavene, det var noe større spredning blant formingselevenes resultater enn øvrige elevers. Jeg kommer tilbake til mentale transformasjoner i kapittel 8.3 der jeg skriver om håndarbeid, klær og matematikk.

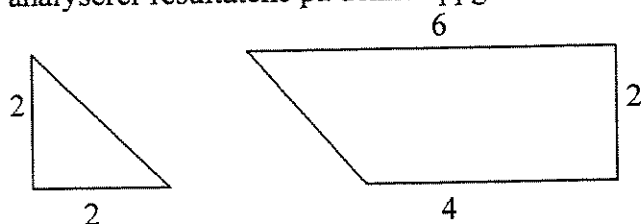


Figur 7.3 Middelverdier av poengskåre på oppgaven med gjenkjenning av en todimensjonal rotert sekskant, M 05 i TIMSS, utfra hvorvidt elevene driver med formingsaktiviteter på fritiden. 95% konfidensintervall.

7.5 Plassere deler inn i en helhet

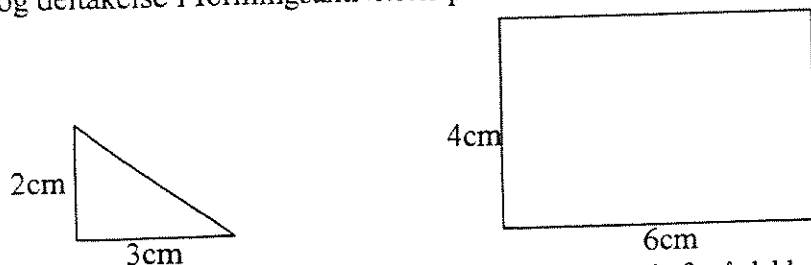
De to oppgavene fra dette emnet testet blant annet elevene i romlig orientering (kapittel 2.9.1). Romlig orientering er et element i romforståelse. Disse to oppgavene tester elevene på kompetanse av typen "Kun omrisset av bildet er tegnet. Hvordan setter du sammen flere like småbiter for å lage helheten?" Slik kompetanse oppnås ved å drive med lappeteknikk eller quilting, dette er svært populære aktiviteter blant mange jenter og kvinner. Sengetepper og puter hører med til de mest vanlige objektene å lage. Flere norske quilteklubber har egne hjemmesider, og på internett foregår det regelmessige konkurranser i quilting.

Den ene oppgaven er vist i figur 7.4 a, dette var en jenteoppgave i TIMSS-undersøkelsen. Fullstendig gjengivelse av denne oppgaven, R10 i TIMSS, er presentert i vedlegg 10 i Appendix. Om lag 200 elever av hvert kjønn løste denne oppgaven i min test. I kapittel 5.3.2 viser jeg at elevene i min test oppnådde samme totale testskåre som 9.klassingene i TIMSS-undersøkelsen. Forskjellen i skåre mellom jenter og gutter på denne oppgaven var hele 10 prosentpoeng i jentenes favør for 8.klassingene i TIMSS-undersøkelsen. I min test skåret jenter og gutter likt på denne oppgaven, 53 % av jentene og 54 % av guttene hadde riktig løsning. Når dette var en jenteoppgave i TIMSS-undersøkelsen, mens kjønnene skåret likt i min test, antar jeg det mest trolig skyldtes tilfeldigheter. Dette avviket fra TIMSS-resultatene medfører imidlertid at jeg må være ekstra forsiktig med å legge vekt på jenters og gutters testresultater når jeg analyserer resultatene på denne oppgaven.



Figur 7.4 a Hvor mange trekanter trenger vi for å dekke trapeset? Tre, fire, fem eller seks?

TIMSS-Repeat varianten av denne oppgaven er vist i figur 7.4 b. Jentene i min test lyktes dårligere med denne oppgaven. 41% av jentene løste denne oppgaven riktig, mens 55% av guttene hadde riktig løsning. Heller ikke på denne oppgaven fant jeg korrelasjon mellom riktig løsning og deltakelse i formingsaktiviteter på fritiden.



Figur 7.4 b. Hvor mange av de rettvinklede trekantene trenger du for å dekke nøyaktig hele overflaten av rektangelet? Fire, seks åtte eller ti?

Da jeg undersøkte om det var korrelasjon mellom riktig skåre på noen av disse oppgavene og deltakelse i formingsaktiviteter på fritiden, fant jeg ikke noe entydig resultat. Tabell 7.2 viser en oversikt over formingselevers og øvrige elevers skåre på disse to oppgavene. Jeg kan ikke konkludere med at det var korrelasjon mellom deltakelse i formingsaktiviteter på fritiden og riktig løsning på disse to oppgavene.

	Hvor mange trekanter går det på et trapes? R 10 i TIMSS	Hvor mange trekanter går det på et rektangel? M 022213 i TIMSS-R
Formingselever	57	40
Ikke formingselever	52	51
Totalt	54	48

Tabell 7.2. Formingselevers og øvrige elevers skåre på lappeteknikkoppgavene i testen.

7.5.1 Enkle puslespill?

Det som er mer bemerkelsesverdig enn kjønnsforskjellene i skåre på lappeteknikkoppgavene, er at kun halvparten av elevene valgte riktig løsning. Disse oppgavene handler til en viss grad om det samme som å se for seg brikkene i et puslespill. Denne typen oppgaver skulle man tro elevene fikk trening i på barneskolen. Resultatene fra TIMSS viste at 47% av 7.klassingene, 50% av 8.klassingene og 54% av 9.klassingene hadde riktig løsning på oppgaven i figur 7.4.a. Elevene fra de øvrige skandinaviske landene lyktes bedre enn norske elever med denne oppgaven på TIMSS-undersøkelsen.

L-97 inkluderer denne typen arbeidsoppgaver i emnet "Rom og form" både på småskoletrinnet og på mellomtrinnet. Trolig vil bruk av Tangram og andre typer puslespill i matematikktimene kunne føre til at elevene lykkes bedre med denne typen oppgaver.

Elever som har *figurativ kunnskap* om trekanter og rektangler (kapittel 2.6), vil ikke uten videre snu og vende på trekanten i figur 7.4 b og se for seg hvordan flere slike trekanter kan dekke rektangelet. Trekanten måtte dreies både 90° , 180° og 270° for å komme i de nødvendige posisjonene. Elever som driver med lappeteknikk utfører slike handlinger regelmessig, og de burde ha større forutsetninger enn andre elever for å lykkes med slike oppgaver. Trekanten i figur 7.4a var det derimot kun nødvendig å plassere enten opp ned eller i utgangsposisjonen for å dekke trapeset.

Piaget mener at vi som foreldre og lærere bør stimulere barnet ved å gi det muligheter og utfordringer til å bruke sin operative intelligens. Ved å bruke sin operative intelligens utvikles barnets kreativitet (kapittel 2.6.3).

Elevens erfaring med trekanter og firkanter vil hjelpe eleven til å *se at* det trengs åtte trekanter for å dekke rektanglet i figur 7.4 b. Eleven må være i stand til å se trekanten *som* trekanten på figuren og *som* speilvendt og *som* en opp-ned-utgave av den samme trekanten (kapittel 2.2.2). Dette innebærer et viss evne til mental transformasjon (kapittel 2.9.1). For å kunne lykkes med dette mener jeg elevene først og fremst trenger variert erfaring med figurene. Her ligger veien åpen for spennende tverrfaglige prosjekter med fagene matematikk og forming.

7.6 Romforståelse, formingsaktiviteter og kjønn

Romforståelse er sammensatt (kapittel 2.9.1). Det kan deles i romlig *visualisering* og romlig *orientering*. Romlig visualisering omfatter både mental rotasjon og mental transformasjon. Å kunne tolke bilder av roterte objekter omhandler med andre ord kun én del av det romforståelsen omfatter. Fire av oppgavene testet elevene i rotasjon. To av oppgavene testet elevene i mental transformasjon. Kun to av oppgavene testet elevene i romlig orientering.

7.6.1 Romforståelse og formingsaktiviteter

Det første forskningsspørsmålet i dette kapitlet lød: Har elever som driver med formingsaktiviteter, bedre romforståelse enn elever som ikke driver med slike aktiviteter? I denne testen var det to oppgaver som testet elevene på tredimensjonal rotasjon og to oppgaver som testet på todimensjonal rotasjon. Formingselevene skåret likt med øvrige elever på oppgavene i tredimensjonal rotasjon (kapittel 7.3.1). På oppgavene i todimensjonal rotasjon (kapittel 7.3.2) skåret formingselevene noe lavere enn øvrige elever. Forskjellene i skåre er små og ikke signifikante.

Gjenkjenning av formlike figurer handler om mental transformasjon. Formingselevene og øvrige elever hadde om lag samme middel skåre på begge de to oppgavene i testen som omhandlet mental transformasjon (kapittel 7.4). Det var noe større spredning av formingselevenes resultater enn av øvrige elevers resultater på disse oppgavene.

Å finne ut hvordan flere like figurer kan passe inn i en større figur er et element i romlig orientering. Testen inneholdt to slike oppgaver (kapittel 7.5). Formingselevene skåret noe høyere enn øvrige elever på den ene oppgaven, mens de skåret noe lavere enn øvrige elever på den andre. Forskjellene er små og ikke signifikante.

På to av oppgavene i rotasjon skåret formingselevene lavere enn øvrige elever, på de seks øvrige romforståelsesoppgavene (kapittel 7.1) i testen fant jeg ikke korrelasjon mellom deltakelse i formingaktiviteter og riktig løsning. Jeg finner ikke belegg i mine data for å hevde at elever som driver med formingsaktiviteter på fritiden har bedre romforståelse enn øvrige elever.

7.6.2 Romforståelse og kjønn

Det andre forskningsspørsmålet i dette kapitlet lød: Har jenter og gutter like god romforståelse? Jenter og gutter skåret likt på de to oppgavene i tredimensjonal rotasjon (kapittel 7.3.1). De to oppgavene i todimensjonal rotasjon var gutteoppgaver (kapittel 7.3.2). De to oppgavene om mental transformasjon var jenteoppgaver (kapittel 7.4). Den ene lappeteknikkoppgaven (kapittel 7.1) i testen var en gutteoppgave (kapittel 7.5). Den andre lappeteknikkoppgaven var en jenteoppgave i TIMSS-undersøkelsen, mens jenter og gutter skåret likt på min test.

Blant de åtte romforståelsesoppgavene (kapittel 7.1) i testen var det både jenteoppgaver og gutteoppgaver. Jeg har ikke belegg i mine data for å hevde at det ene kjønn har bedre romforståelse enn det andre. Jeg syns det var interessant at de vanskeligste rotasjonsoppgavene var gutteoppgaver. I kapittel 2.9.2 henviser jeg til Linn & Hyde som hevder det er korrelasjon mellom utøvelse av fysisk aktivitet og forståelse av rotasjon. HEMIL-rapporten (Wold m.fl, 2000) slår fast at større andel norske gutter enn jenter driver med fysisk aktivitet på fritiden. Det

var også interessant at oppgavene i mental transformasjon var jenteoppgaver. Når jenter kler av og på dukker, trener de på mentale transformasjoner. Når jenter blir eldre og prøver klær, diskuterer klær, syr om klær m.m., foretar de mentale transformasjoner. Jeg har ikke funnet noen undersøkelser som går på hvorvidt de to kjønnene har like god evne til mental transformasjon. Et nytt spørsmål som melder seg er følgende: *Har jenter og gutter ulik romforståelse?* Dette er et interessant spørsmål som fortjener å bli belyst i annen forskning.

Kapittel 8 Formingsjenter og matematikk

I dette kapitlet analyserer jeg formingsjentenes skåre på oppgavene i testen. *Formingsjenter* betyr i denne oppgaven jenter som driver med tegning og/eller forming omtrent en gang i uka eller oftere utenom skoletiden (kapittel 7.1). Deres testskåre sammenlignes med øvrige elevers skåre. Jeg søker å besvare følgende forskningsspørsmål: Fins det fellestrekk ved oppgaver som jenter som driver med tegning og forming, lykkes med? Deretter ser jeg etter fellestrekk ved oppgaver der formingsjentene skåret lavere enn øvrige elever. I den forbindelse vender jeg tilbake til følgende spørsmål fra kapittel 6: Lykkes gutter bedre enn jenter med oppgaver som forutsetter forståelse for divisjon? Sist i kapitlet skriver jeg helt kort om testresultater til de elevene som spiller et musikkinstrument.

I kapittel 6 analyserer jeg de mest typiske gutteoppgavene (kapittel 6.1) i min test. Testen viste seg å favorisere guttene, som gruppe skåret de signifikant høyere enn jentene. Testen inneholdt mange gutteoppgaver og få jenteoppgaver. I kapittel 7 analyserer jeg formingselevenes (kapittel 7.1) resultater på testen. I forbindelse med disse analysene oppdaget jeg at formingsjentene lyktes godt med flere oppgaver utover testens jenteoppgaver, til tross for at de skåret lavere enn øvrige jenter på testen (figur 7.2). Jeg stilte forskningsspørsmålet: Fins det fellestrekk ved oppgaver som jenter som driver med tegning og forming, lykkes med? Jeg valgte å spandere et eget kapittel på formingsjentenes testresultater i stedet for et kapittel om jenteoppgavene i testen.

De fleste oppgavene i testen ble gitt til om lag 200 elever, noen av oppgavene ble gitt til om lag 400 elever. Testskåre er beheftet med større usikkerhet når antallet i gruppen er mindre (kapittel 5.3.4). Av den grunn vurderte jeg det som lite fruktbart å gå nærmere inn på formingsguttenes testresultater. 110 av 638 eller omlag en seksdel av elevene som deltok i testen, var formingsjenter. Det utgjør 36 prosent eller mer enn 1/3 av samtlige jenter som deltok i testen.

8.1 Jenteformingsoppgaver i testen

Da jeg grupperte elevene etter kjønn og hvorvidt de drev med formingsaktiviteter eller ikke, fant jeg at formingsjentene hadde samme middel standpunkt karakterer som gjennomsnittet (tabell 7.1). De hadde noe lavere middel testskåre enn gjennomsnittet på min test, men forskjellene er ikke signifikante (kapittel 7.2.2). Formingsjentene skåret signifikant lavere på min test enn de guttene som ikke er formingsgutter (figur 7.2). Middel testskåre var 16,3 poeng for formingsjentene og 17,4 poeng for øvrige elever. På denne bakgrunnen er det verd å merke seg at det er forholdsvis mange oppgaver i min test der formingsjentene skåret *høyere* enn øvrige elever. Jeg kan ikke utelukke at dette skyldes tilfeldigheter, men jeg velger å diskutere det i dette kapitlet.

Jeg sjekket elevskåre på oppgavene og fant de mest typiske "*jenteformingsoppgavene*", oppgaver der jenter som driver med tegning og/eller forming på fritiden minst hver uke eller oftere, skårer høyere enn øvrige elever. Disse oppgavene er fremstilt i tabell 8.1. Jeg minner om at samtlige TIMSS-oppgaver som var med i testen, er gjengitt i sin helhet i vedlegg 10 i Appendix.

Formingsguttenes resultater skal jeg ikke gå nærmere inn på, slik jeg har skrevet ovenfor. Som kuriositet vil jeg imidlertid likevel nevne en oppgave der de lyktes godt: 7 av 10 formingsgutter hadde riktig løsning på en oppgave der de skulle regne ut arealet av et bildes passpartout, TIMSS-oppgave J 10. Dette var den oppgaven innenfor emnet målinger der norske elever gjorde det dårligst i TIMSS-undersøkelsen, 38% av norske 8.klassinger hadde riktig svar.

Jenteformingsoppgaver i min test. Prosentpoeng i favør av formingsjentene.			
Oppgave	Prosentpoeng i favør av formingsjentene	Emne	Hva oppgaven handlet om
M 022206y	18	tall	Gitt vekt på haug med saltkrystaller. Hva veier ett krystall?
M 022206x	14	tall	Gitt vekt på haug med saltkrystaller. Hva veier ett krystall?
J 18	11	algebra	Tabell viser sammenheng mellom x og y. En y-verdi mangler.
J 15	9	geometri	Finne to formlike trekanter blant til sammen fire trekanter.
M 022248	8	algebra	En sprettball slippes fra en gitt høyde og spretter opp igjen til 1/3 av høyden. Finn ballens distanse tredje gang den treffer bakken.
R 12	8	tall	Subtraksjonsoppgave med to firesifrede tall.
M 022245	7	tall	Subtraksjonsoppgave med to firesifrede tall.
M 022041	7	algebra	Tabell viser sammenheng mellom x og y. Nest siste y-verdi mangler.
L 13	6	algebra	Finne to mønsterborder med samme system blant flere mønsterborder.

Tabell 8.1 De oppgavene formingsjentene lyktes best med på testen.

8.1.1 Papirark og saltkrystaller

Den første oppgaven i oversikten omhandler saltkrystaller. Den oppgaven er også omtalt i kapittel 5.3.3. Jeg kan ikke se at denne oppgaven har noe til felles med de øvrige jenteformingsoppgavene. I TIMSS-varianten av denne oppgaven var konteksten papirark, mens det matematiske innholdet var noenlunde likt. På den oppgaven skåret formingsjentene likt med øvrige elever. Derfor tror jeg årsaken til formingsjentenes høye skåre på saltkrystall-oppgaven skyldes tilfeldigheter. Jeg kan heller ikke utelukke at forskjellene i testskåre skyldes årsaker jeg ikke kjenner.

Jeg har spurt både elever, lærere og andre om de kan se en fornuftig forklaring på at problemstillingen med saltkrystaller kan være enklere for noen elever. Jeg har fått flere svar. Ungdomsskolejente: "Vi har ikke lært å regne med ark".

Kvinnelig formingslærer: "De klarer ikke å se for seg arkene fra siden".

Kvinnelig dekoratør/scenearbeider: "Små saltkrystaller minner om de perlene jenter benytter til perling".

Svært mange formingsjenter jobber med å lage og studere ulike dekorasjoner, og de jentene er fortrolige med materiellet de lager dekorasjoner av. I motsetning til plastperler blir hele papirark vanligvis ikke brukt til dekorasjoner. Dette kan være en årsak til at formingsjentene lyktes godt med oppgavene om saltkrystaller, mens de lyktes dårligere med oppgavene om papirark.

8.2 Mønster og formingsjenter

Med unntak av oppgaven om saltkrystaller, handlet jenteformingsoppgavene i testen om mønster og mønsterkunnskap. I følge Brekke, Kobberstad, Lie & Turmo (1998) dreier moderne geometri seg blant annet om symmetrier, rotasjoner og mønstre (kapittel 4.2). De tre jenteoppgavene fra TIMSS hovedundersøkelse som også var med i min test (kapittel 6.1.2), blir presentert i kapittel 8.2.1. De øvrige jenteformingsoppgavene presenterer jeg i avsnittene deretter.

8.2.1 Mønsterborder, formlikhet og subtraksjon

Nederst i tabell 8.1 finner vi en jenteformingsoppgave om mønsterborder: "Finn to mønsterborder med samme system blant flere mønsterborder". Systemet på mønsteret var lineært, 1-1-2-2-3-3. Systemet var iøynefallende: Mønsteret består av to ulike symboler og symbolene ligger på en rekke etter hverandre. Tell fra en og oppover, et symbol av hvert, deretter to av hvert, tre av hvert osv.

Dette var en av de enkleste oppgavene i hele testen, 92% av samtlige elever løste den riktig, kun 2 av 71 formingsjenter valgte feil løsning. Dette var en jenteoppgave i TIMSS-undersøkelsen og det var en jenteoppgave i min test. Systemet i TIMSS-Repeat-oppgaven med mønsterborder var litt mer innviklet. Her skåret formingsjentene ubetydelig lavere enn øvrige elever.

Geometrioppgave J15 om formlikhet var utformet slik: To av fire trekantene på en linje var formlike. Trekantene var plassert slik at de to formlike kom ved siden av hverandre som de to første, og trekant nummer to var rotert 180° . Min første innskyttelse da jeg så denne oppgaven, var at de formlike trekantene så ut som de to første bitene i en mønsterbord. Dette var en jenteoppgave i TIMSS-undersøkelsen, og det var en jenteoppgave i min test. På denne oppgaven skåret formingsjentene 9 prosentpoeng høyere enn øvrige elever. På den tilsvarende TIMSS-Repeat-oppgaven var det første og siste trekant som var formlik, og der skåret formingsjentene likt med øvrige elever.

Jeg tolker formingsjentenes høye skåre på disse to jenteoppgavene fra TIMSS som et resultat av deres kunnskap om mønster. Begge oppgavene var forholdsvis lette, de ble besvartriktig av godt over $3/4$ av samtlige elever. Oppgavene kunne løses ved å se et mønster, uten å ta i bruk formell matematisk kunnskap. I den vanskeligste mønsterbordoppgaven var systemet mer uforutsigbart og ikke så lett å få øye på. I den vanskeligste formlikhetsoppgaven var de formlike trekantene plassert slik at de sammen ikke utgjorde starten på en mønsterbord.

Den tredje jenteoppgaven fra TIMSS som også var med i min test, var ferdig oppstilt subtraksjon. Det er en operasjon som utføres etter et gitt mønster. Disse jentene behersker systemet, og systemet er uten unntak. Både denne oppgaven samt dens TIMSS-Repeat-variant var jenteformingsoppgaver i min test.

8.2.2 Mønster og sprettballer

Testen inneholdt to oppgaver som handlet om sprettballer: "En sprettball blir sluppet fra en viss høyde, hvor langt har ballen beveget seg når den treffer bakken for tredje gang?" I TIMSS-oppgaven spratt ballen opp igjen til $1/2$ av opprinnelig høyde når den traff bakken, mens i TIMSS-Repeat-oppgaven spratt ballen opp igjen til $1/3$ av opprinnelig høyde. I kapittel 9.4 analyserer jeg skaternes skåre på disse oppgavene.

Formingsjentene lyktes godt med dette, tabell 8.2 viser deres og øvrige elevers skåre på disse to oppgavene. Det er interessant at TIMSS-Repeat-oppgaven var en gutteoppgave. 32% av guttene løste oppgaven riktig, mens kun 25% av jentene hadde riktig løsning. Til tross for dette, skårer formingsjentene høyere enn øvrige elever. Og formingsjentene hadde signifikant lavere total testskåre enn de guttene som ikke drev med tegning og/eller forming på fritiden.

I TIMSS er sprettballoppgaven klassifisert under algebra, der jeg også mener den hører hjemme. Algebra handler i stor grad om mønster, og det handler denne oppgaven også om.

Min tretten år gamle niece har blant annet interesse for tegning og maling. Jeg ba henne om å løse sprettball-oppgaven fra TIMSS og fortelle meg etterpå hvordan hun gikk frem. Etter noen minutter kom hun med løsningen. Hun sa: "Det vanskeligste var ikke å finne svaret, men å finne ut hvordan jeg skulle gjøre det". Oppgaveteksten gikk ut på at ballen ble sluppet fra 18 meters høyde og gikk opp igjen til halvparten av høyden den ble sluppet fra. Jenta hadde satt opp følgende regnestykke: $18 + 18 + 9 = 45$. Hun forklarte at først var det 18 m ned til bakken. Deretter opp til halvparten og ned igjen, det blir 18 m til. Til slutt halvparten av 18 m som er 9 m.

Oppgave nummer og label	Formingsjenter	Øvrige elever	Prosentpoeng i favør av formingsjentene
Ballen går opp til 1/2 av opprinnelig høyde TIMSS, L11.	41	37	4
Ballen går opp til 1/3 av opprinnelig høyde TIMSS -Repeat, M 022248	36	28	8
Begge oppgavene samlet L 11 fra TIMSS M 022248 fra TIMSS-R	38	33	5

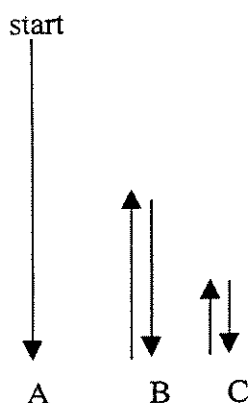
Tabell 8.2 Resultater på sprettballoppgavene. Formingsjentenes skåre i forhold til øvrige elever.

Kontekstfri, generalisert kunnskap

Jeg antar at en viktig årsak til jentenes og da spesielt formingsjentenes høye skåre på disse oppgavene er deres mønsterkunnskap: Formingsjentene har mye erfaring med å studere og tegne mønsterborder. De vet at en bord ikke alltid begynner og slutter "samme sted". Mange jenter har dekorert en vegg eller to på rommet sitt med pynteborder, bordene må ofte justeres for å passe best mulig med hjørnene i rommet. Sprettballens bane begynner "oppe" og slutter "nede", som så mange andre mønsterborder. Dette vet mange formingsjenter så godt at denne kunnskapen ikke er kontekstavhengig (kapittel 2.12.2), dette er generalisert kunnskap. Dersom elevene ikke får egen erfaring med mønsterborder som begynner andre steder enn "nede", tror jeg de erverver figurativ kunnskap (kapittel 2.6 og 2.6.3) om mønsterborder. Jeg tror elever med figurativ kunnskap om mønsterborder vil ha større problemer enn andre med å se hvordan sprettballopgaven skal løses. Formingsjentene har mye trening i å tegne sinuskurver og cosinuskurver, men de har ikke lært noen navn på disse "bordene". Det er ikke alltid slik at borden blir til et "helt antall buer" heller. I praksis er det ofte slik at bredden på det repeterende mønsteret ikke er divisor i bredden på det som skal dekoreres.

Se som og se at

Jeg tror svært mange formingsjenter er i stand til å se for seg ballens bevegelser, slik figur 8.1 viser. Det repeterende mønsteret er: opp-og-ned, finn halvparten, opp-og-ned, finn halvparten osv. Vanskeligheten ligger i at mønsteret starter med "og-ned", lik en "opptakt" til et musikkstykke. Jeg tror formingsjentenes mønsterkunnskap gjør at de kan se ballens bevegelser *som* et repetende mønster. Deres erfaring med mønsterborder fører til at de *ser at* ballens bevegelser



Figur 8.1 Mønsteret i sprettballens bevegelser, pilene markerer ballens bevegelser i vertikalplanet. På figuren flyttes de resterende pilene mot høyre hver gang ballen skifter retning. A markerer første treff i bakken, B markerer andre treff og C markerer tredje og siste gang ballen treffer bakken.

følger dette mønsteret (kapittel 2.2.2). Etter min oppfatning bommer mange elever på denne oppgaven fordi de har det travelt og tror de vet løsningsmetoden. De er opplært til å fokusere på det endelige svaret, ikke til å se for seg løsningsstrategien. Denne antagelsen blir ikke svekket av at forskjellen i skåre mellom formingsjentene og øvrige elever økte når oppgaven ble vanskeligere, selv om forskjellene i skåre ikke er spesielt store og heller ikke signifikante.

Jeg tror elever som *forventer* at matematikkoppgaver er rutineproblemer (kapittel 2.6.3), velger gal løsning på disse oppgavene fordi de anvender divisjon og addisjon ukritisk, de får ikke med seg at ballen skal tre ganger ned og bare to ganger opp. Formingsjentene *forventer* ikke at et mønster skal bestå av like mange ganger opp som ned. Deres erfaring med mønsterboder tilsier at et mønster ofte er kuttet av i starten eller i slutten. I følge Russel Hanson (kapittel 2.2.2 og 2.5.2) innebærer det "å se" mer enn å gjenkjenne objekter, det innebærer også et element av *forventning*.

Jeg finner grunn til å anta at formingsjentenes høye skåre på sprettballoppgavene skyldes kunnskap de har tilegnet seg fra aktiv deltakelse i tegning og formingsaktiviteter i og utenom skoletiden.

8.2.3 Funksjonsuttrykk

Når oppgavene krever formell matematisk kunnskap i tillegg til mønsterkunnskap, får formingsjentene problemer. I TIMMS og TIMMS-Repeat var det til sammen fire oppgaver som var variasjoner over temaet: "Gitt en tabell som viser en bestemt sammenheng mellom x og y. Finn den y-verdien som mangler." Figurene 8.2 a og b viser tabellene elevene ble presentert for i to av oppgavene, en y-verdi manglet i en gitt tabell. De to andre oppgavene handlet om å finne en manglende x-verdi og om å finne et funksjonsuttrykk.

Den som starter på oppgaven i figur 8.2 a med å prøve seg frem med tallene, vil trolig starte med å skrive $2 + 3 = 5$, $3 + 4 = 7$, og da vil det være naturlig å foreslå $4 + 5 = 9$ som det neste. Jeg løser selv slike oppgaver ved å lese dem inni meg, finne rytmen og se systemet. Det tror jeg mange elever også gjør. Jeg ga disse to oppgavene til ei venninne som er sykepleier og dyktig til all slags håndarbeid. Hun sa følgende etterpå: "Jeg klarte bare å løse den ene. Det gjorde jeg ved at $2 + 2 = 4$ og én til blir 5, $3 + 3 = 6$ og én til blir 7. Da blir vel svaret at $4 + 4 = 8$ og én til blir 9? Men hvordan gjør du den andre oppgaven?" Det interessante for meg var at hun uoppfordret presenterte løsningsmetoden sin, ikke selve løsningen. Hun spurte heller ikke etter svaret på den andre oppgaven, men etter fremgangsmåten. Av tabell 8.3 fremgår det at langt flere elever fant det manglende tallet i figur 8.2 a enn det manglende tallet i figur 8.2 b. Jeg tror formingsjentenes gode mønsterkunnskap får dem til å oppdage løsningen på disse oppgavene, uten at de tenker på verken bokstavuttrykk eller ligninger.

x	y
2	5
3	7
4	?
7	15

Figur 8.2 a. Tabellen vist i M 022041 fra TIMSS-Repeat

x	y
1	1
2	?
4	7
7	13

Figur 8.2 b. Tabellen vist i J 18 fra TIMSS

Tolking og erfaring

The Formula: Å tolke er å tenke, å gjøre noe. **The principle:** Å se er en erfaringstilstand.

En anvendelse av Russel Hansons "formula" og "principle" (kapittel 2.2.1) vil føre til følgende begrunnelse for formingsjentenes skåre på disse fire oppgavene: Mange av formingsjentene ser tallmønsteret uten å ha lært å *tolke* det de ser *som* funksjonsuttrykk. De har erfaringen som gjør at de *ser at* løsningen er slik eller sånn. Matematikklæreren har

teorien, tolkingen, og *ser* tabellen *som* en funksjons verditabell. Mange elever har mye og variert erfaring med mønster, uten å ha fått matematikkteorien skikkelig med seg. Den som *ser* koden/mønsteret, vet også hva som skal stå i den tomme ruten.

Elevskåre på disse 4 oppgavene er gjengitt i tabell 8.3. Vi ser at oppgavene blir vanskeligere når elevene må "regne baklengs" for å finne x , og når de må være i stand til å benytte det oppgitte funksjonsuttrykket. Den siste oppgaven forutsetter at eleven må kunne *tolke det sette* (kapittel 2.2.1) som verditabellen til en funksjon. Kun 15 prosent av formingsjentene hadde riktig løsning på denne oppgaven. Jeg tror mange formingsjenter *ser at* (kapittel 2.2.2) svaret må være slik og sånn på de enkleste oppgavene, der det ikke stilles krav til *formell* algebrakompetanse.

Formingsjentene i min test skåret høyere enn øvrige elever på oppgaver om funksjoner, dersom oppgavene kunne løses ved å *se* mønsteret. Av den grunn antar jeg at deres høye skåre på noen av disse oppgavene skyldes kunnskap de har ervervet seg fra deltakelse i tegning og formingsaktiviteter i og utenfor skoletiden, og ikke fra matematikktimene.

Jeg tror mange av de formingsjentene som lykkes med den enkleste av disse oppgavene og mislykkes med den vanskeligste, vil kunne lykkes med den vanskeligste oppgaven ved litt hjelp. Deres forståelse av funksjoner befinner seg i den nærmeste utviklingssonen (kapittel 2.7.2). Utfordringen for matematikklæreren ligger i å avdekke elevenes strategi for å løse den enkleste oppgaven, slik at eleven har noe å bygge videre på. Elevens spontane begreper (kapittel 2.4.1) om mønster hjelper eleven til å løse de enkleste av disse oppgavene. Når elevens spontane begreper om funksjoner møter lærerens vitenskapelige begreper om funksjoner, kan læring finne sted.

	y-verdi mangler M 022041 TIMSS-R	y-verdi mangler J 18 TIMSS	x-verdi mangler M 022040 TIMSS-R	Funksjonsuttrykk mangler M022042 TIMSS-R
Formingsjenter	66	54	34	15
Øvrige elever	59	43	34	20
Totalt	60	45	34	19

Tabell 8.3. Elevskåre på oppgave J 18 fra TIMSS og de tre TIMSS-Repeat-variantene av oppgaven.

8.3 Håndarbeid, klær og matematikk

En kvinnelig kollega sa en gang at når hun var med på å sette opp renning i husflidslaget, så holdt hun stilt med at det var matematikk hun underviste i. Hun mente kvinnene der var svært dyktige til å regne i hodet. Det å sette opp en vev gir trening i å transformere mønster fra det todimensjonale planet til det tredimensjonale rommet (kapittel 2.9.1).

Å sy klær innebærer en mental transformasjon, et todimensjonalt mønster transformeres til et tredimensjonalt plagg. Etter hvert lærer man seg også å gå motsatt vei, å lage todimensjonale mønster som skal bli klær til tredimensjonale personer. Å forstørre eller forminske et mønster handler om at et todimensjonalt mønster transformeres til et annet todimensjonalt mønster.

Tenåringsjenter går gjerne i klesbutikker sammen med venninner, der prøver de klær og diskuterer hvordan ulike plagg vil ta seg ut på den ene eller den andre. Noen jenter syr klær selv, og noen jenter gjør klær trangere eller videre ved å sy dem henholdsvis inn eller ut. Dette er mentale transformasjoner som foregår i elevenes mesorom (kapittel 2.8). Klærne er i naturlig størrelse og klærne er virkelige og konkrete. Småjenter kler av og på dukker, en Barbiedukke er en mikroromrepresentasjon av en voksen menneskemodell i mesorommet. Papirdukker representerer en mental transformasjon fra det tredimensjonale mesorommet til det todimensjonale mikrorommet. Prøving av klær, endring av klær, vurdering av klær i

butikkvinduer og sying av klær er handlinger som fører til at mange jenter får en innenfra-forståelse (kapittel 2.4.1) for mentale transformasjoner. De mer avanserte tegner klær, både små modeller og mønster i naturlig størrelse. Jeg har ikke registrert at slike relasjoner til klær er utbredt blant gutter, selv om begge kjønn er opptatt av klesmerker og av at klærne skal ha riktig farge.

Jeg tror mange av jentene har større potensial i den nærmeste utviklingssonen (kapittel 2.7.2) enn øvrige elever når det gjelder mentale transformasjoner. Dette fordi de har mye og variert kunnskap som er knyttet til kleskonteksten. De færreste av dem får vite at denne kunnskapen har noe med matematikk å gjøre. Jeg mener at vi matematikklærere i samarbeid med formingslærerne må gi jentene muligheter til å utvikle denne kunnskapen til å bli kontekstfri og generalisert (kapittel 2.12.2). Alle kler av og på seg hver dag, slik at kleskonteksten er ikke fremmed for noen av elevene. Mange formingsjenter kan tegne et klesplagg som de *ser at* (kapittel 2.2.1) er passe stort til en gitt papirduke. Vi lærere må hjelpe dem til å *se dette som* en mental transformasjon.

Undervisning i formlikhet var tidligere hovedsakelig teori med tegning og konstruksjon av trekant på papiret. Lærebøkene har etter hvert begynt å bruke eksempler fra arkitektur, eksempler med skygger og andre eksempler fra dagliglivet. Forhåpentligvis vil klærne også snart gjøre sitt inntog i matematikkoppgavene innenfor dette emnet.

8.3.1 Matematikk, mønster og strikking

Georges Ifrah skriver i boka "All verdens tall. Tallenes kulturhistorie" (Ifrah, 1997, s326): *"Historien om den algebraiske notasjon gikk via tre suksessive faser. Den første fasen var en fase med terminologisk algebra, kjennetegnet av et fullstendig fravær av symboler."* Ordet algebra er arabisk og betyr "forening", "kombinasjon". Den formelle algebraen handler om å regne med tall og bokstavsymboler. Jeg vil hevde at *mønsterkunnskap* er en form for algebra, noen ganger med og noen ganger uten bruk av formelle symboler.

Mange elever er i stand til å se mønster i større omfang enn de har lært å uttrykke ved hjelp av tall og bokstaver. Etter min oppfatning har de elevene et stort potensial i den nærmeste utviklingssonen (kapittel 2.7.2), i motsetning til de som har minimal mønsterkompetanse fra før. Elever med mønsterkunnskap innehar ofte spontane begreper (kapittel 2.4.1) om mønster. Når deres spontane begreper om mønster kommer i kontakt med matematikklærerens vitenskapelige begreper om mønster, kan læring finne sted. Da kan eleven tilegne seg kunnskap om formell algebra, algebra der bokstavsymboler er i bruk. Dette forutsetter at læreren kjenner til hva slags kunnskap elevene har om mønster.

Jeg tror at formingsjentenes kompetanse i forhold til "mønsterkunnskap" er blitt undervurdert i den norske skolematematikken. En og annen selbuvott er puttet inn i læreplanen, men foreløpig tjener de for det meste som dekor. Elevenes mødre og bestemødre strikker selbu-votter og syr gardiner (kapittel 1.2), og blant mange ungdomsskolejenter representerer mødres og bestemødres håndarbeid lavstatusvirksomhet. Ei ung kvinne jeg kjenner sa følgende etter at hun fikk barn: "Jeg skulle ønske jeg kunne strikke. Da jeg gikk på ungdomsskolen ville jeg ikke lære meg å strikke fordi det var sånt som kjerringer gjorde. Når jeg nå ser alt det fine barnetøyet som andre strikker til meg, skulle jeg ønske jeg kunne strikke selv." Ungdomsskolejenter driver med mange slags formingsaktiviteter. Det er opp til oss matematikklærere, først og fremst oss kvinner, å bygge broer til jenteaktivitetene og formingssalen.

På 1970-tallet startet danske kvinner en bevegelse de kalte hønsestrikk. Hønsestrikk handlet om å strikke uavhengig av fabrikkens ferdige mønstre med tilhørende garn. Det var på mote å strikke klesplagg i de underligste mønstre, farger og garnkombinasjoner. Denne strikkebevegelsen baserte seg på at strikkeren selv definerte mønsteret, algoritmen, deretter

ble plagget strikket av selvvalgt garn. Etter L-97 skal elevene i norsk grunnskole lage egne matematikkoppgaver, deretter skal de løse oppgavene.

For at en tanke skal bli en *matematisk* tanke, kreves at den gis et uttrykk som hører hjemme i en teoretisk sammenheng. I undervisningen kan en slik konvensjonalisering av tenkingen skje. Det er der eleven kan møte matematikken, som et kulturelt redskap for tenkingen. (Wisted, 1993, s 51 – 52, min oversettelse, kapittel 2.12.2)

Jeg søkte å besvare spørsmålet om hvorvidt det fantes fellestrekk ved oppgaver som formingsjenter lyktes med. Formingsjentene skåret noe lavere enn øvrige elever på min test i sin helhet. Mine analyser av formingsjentenes testresultater viser ikke store forskjeller i testskåre på enkeltoppgaver. Men - gjennomgående viser det seg å være visse fellestrekk ved oppgaver der formingsjentene gjør det bedre enn øvrige elever: *Mine resultater tyder på at et fellestrekk ved jenteformingsoppgavene i denne testen er at de omhandler mønster.*

8.4 Oppgaver som formingsjentene lyktes dårlig med

Formingsjentene lyktes bedre enn øvrige elever med relativt mange oppgaver, mens de lyktes dårlig på testen i sin helhet. Det betydde at det måtte være mange oppgaver som disse jentene lyktes dårlig med, og de oppgavene er vist i tabell 8.4.

Jeg gjorde ikke funn som kunne tyde på at formingsjentene hadde tidsnød. De mest typiske gutteoppgavene fra testen regnet jeg med formingsjentene ville ha problemer med. Spørsmålet var om de også lyktes dårlig med andre oppgaver. Tabell 8.4 presenterer en oversikt over de oppgavene formingsjentene lyktes dårligst med, og mange av disse oppgavene viste seg å ha noen interessante fellestrekk. De fleste av disse oppgavene kan plasseres i en av tre grupper:

- a) Oppgaver som forutsetter forståelse av divisjon. Dette er den største gruppen. Jeg fant at formingsjentene skåret henholdsvis 5 og 10 prosentpoeng lavere enn øvrige elever på TIMSS og TIMSS-Repeat oppgavene med oppstilt divisjon.
- b) Rotasjonsoppgaver.
- c) To algebraoppgaver i testen der det var vanskelig å se mønstret eller sammenhengen.

I kapittel 7.3.2 fant jeg at jenter skåret lavere enn gutter på oppgaver som testet elevene på todimensjonal rotasjon, og at formingselever skåret lavere enn øvrige elever på de samme oppgavene. Jeg konstaterer at formingsjentene lyktes dårlig med noen rotasjonsoppgaver. Kapittel 6 avsluttet jeg med spørsmålet : *Lykkes gutter bedre enn jenter med oppgaver som forutsetter forståelse for divisjon?* Dette spørsmålet vender jeg tilbake til nå.

Oppgaver som formingsjentene lyktes dårlig med i min test. Prosentpoeng i disfavør av de jentene som driver med tegning og/eller forming utenom skoletiden.			
Oppgave	Prosentpoeng i disfavør av formingsjentene	Emne	Hva oppgaven handlet om
M 022139	28	tall	Buss kjører mellom to byer. Reisetiden kortes ned pga ny motorvei. Hvor mange prosent reduksjon i reisetid?
M 04	21	tall	Sammenligning av brøker
M 022022	20	målinger	Gangvei rundt tre sider av hage. Finn arealet av gangveien.
M 022215	19	algebra	Jenter skal spare til en presang til mor. Sparer ulikt. Hvor lenge må de spare for å oppnå et gitt beløp?
M 022155	18	geometri	Rettvinklet trekant dreies om et punkt slik at den dekker en gitt trekant. Finn rotasjonspunktets navn.
M 022252	17	sannsynlig hetsregning	Et lykkehjul er delt inn i 24 fargesektorer. Andel sektorer av hver farge er ulik. Hvilken farge er det minst sannsynlig at hjulet stopper på?
M 022021	15	målinger	Steinlagt gangvei rundt svømmebasseng. Finn arealet av gangveien.
R 11	15	algebra	Elevene i en klasse har ulikt antall blyanter. Hvor mange har 2 blyanter.
M 022005	14	målinger	Vann skal fylles på flasker av gitt størrelse. Hvor mange flasker trengs?
M 022105	14	geometri	En trekant roteres 180° om et gitt punkt i planet.
M 022104	13	tall	Sammenligning av brøker.
M 022230 a	13	proporsjonalitet	To typer trekantformete brikker former et mønster
M 022060	12	sannsynlig hetsregning	Ulike suppebokser. Gitt sannsynligheten for å trekke en gitt type.
M 022144	12	tall	Avrunding av desimaltall
I 03	12	målinger	Vann skal fylles på flasker av er gitt størrelse. Hvor mange flasker trengs?

Tabell 8.4 De oppgavene formingsjentene lyktes dårligst med på testen.

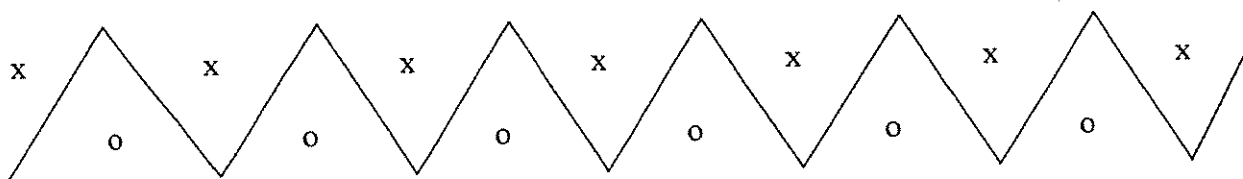
8.4.1 Divisjoner som ikke går opp, avrunding

På min test skåret guttene signifikant høyere enn jentene (kapittel 6.2.1). Formingsjentene skåret lavere enn øvrige jenter. På den bakgrunn bør man kunne forvente at formingsjentene skårer lavere enn øvrige elever på mange av oppgavene i testen. En mulig forklaring er at de rett og slett ikke har like lett for å lære matematikk som øvrige elever. Formingsjentene skåret høyere enn øvrige elever på noen oppgaver, og tidligere i dette kapitlet har jeg valgt å presentere en mulig forklaring på det. De er flinke til å se mønster (kapittel 8.1, 8.2 og 8.3), og skårer bra på oppgaver der elevene blir testet på mønsterkunnskap. Jeg tror det er slik at formingsjentenes mønsterforståelse har innvirkning på deres læring av divisjon.

Jeg har erfart at når elever lærer divisjon, vil jentene helst at mønsteret skal stemme; at divisjonene skal gå opp. Divisjoner som ikke går opp, representerer en skuffelse, en form for

ustruktur som mange elever ikke har lært å takle. (kapittel 6.4). Mange formingsjenter har rikelig erfaring med mønster som ikke "går opp", som ikke passer med bakgrunnen. Både klær, skolebøker og jentenes rom kan dekoreres med border. Slike problemer lar seg løse ved hjelp av symmetri, ikke ved hjelp av avrunding.

Jeg tror årsaken til mange av formingsjentenes divisjonsproblem ligger i at i matematikk-undervisningen ikke tar hensyn til deres mønsterkunnskap. Når mange formingsjenter møter divisjoner som ikke går opp, har de erfaring med at dette ikke blir ordentlig, de *ser at* (kapittel 2.2.2) mønsteret ikke stemmer. De kan ikke si noe om hvorfor det ikke stemmer, det "bare er sånn" (kapittel 2.2.5). Læreren har en annen erfaringsbakgrunn og tolker jentenes reaksjoner som usikkerhet. Formingsjentene møter et stadig tilbakevendende divisjonsproblem i oppgaver av typen: "Tegn en mønsterbord langs kanten av arket." Oppgaven går ut på å tegne et repeterende mønster. Elevene har erfaring for at bredden på en repetisjon i mønsteret sjelden er divisor i bredden på arket. Borden i figur 8.3 er et slikt eksempel.



Figur 8.3 En repeterende mønsterbord der bredden på en repetisjon i mønsteret ikke er divisor i arkbredden.

Jeg tror "resten" utgjør et problem, fordi resultatet hadde blitt penere dersom bredden på en repetisjon hadde vært divisor i arkbredden. Slike problemer kan løses på ulike måter. En utvei er å la borden slutte litt før, en annen løsning er å klippe bort den lille biten av arket som ble til overs. I de fleste tilfeller er dette dårlige løsninger. Atter andre løsninger er enten å finne seg et mønster som "går opp" i arkbredden, eller man kan strekke litt på mønsteret, slik at det passer. De mer avanserte finner først midten av arket for deretter å justere starten på borden, slik at borden blir symmetrisk om midten av arket.

Dette er et eksempel på divisjon som ikke går opp, og der avrunding representerer et ubrukelig løsningsalternativ. Eksempelet er fra en kontekst som formingsjentene regelmessig forholder seg til. Jeg tror at når mange formingsjenter kommer til matematikktimene, bærer de slike problemstillinger med seg. De er fortrolige med divisjon innenfor konteksten mønster, mønsterborder og dekorasjoner, og de vet at de får problemer når divisjonene ikke går opp. Elevene lærer vanligvis ikke at dekorasjoner og dekorering handler om divisjon. Divisjon innenfor estetikken har ofte som målsetting at divisjonen skal å gå opp på ett eller annet vis. Innenfor skolematematikken lærer vi elevene å runde av svaret når divisjonen ikke går opp. Jeg vil hevde at denne formen for dobbeltkommunikasjon påfører mange elever et divisjonsproblem. Elevene er ikke selv i stand til å uttrykke hva de plages med, trolig vil de kjenne seg igjen i R.D.Laings vers fra boka "Knuter" (kapittel 2.3.3).

Jeg vil hevde at for mange formingsjenter er kunnskapen om at en bord ikke begynner og slutter "samme sted" blitt kontekstfri, generalisert kunnskap, slik jeg har beskrevet i 8.2.2. Det samme mener jeg gjelder for kompetansen i forhold til å se et mønster. De ser mønster innenfor ulike typer kontekster. Håndtering av divisjonsstykker som ikke går opp, er derimot ikke kontekstfri, generalisert kunnskap - men kunnskap i den nærmeste utviklingssonen (kapittel 2.7.2). Når formingsjentene skal få en mønsterbord til å passe, må de finne ny strategi for hver enkelt situasjon. Mange av dem har oppdaget at i andre kontekster skal de avrunde divisjonsstykkene hvis stykkene ikke går opp. Jeg tror mønsterbordproblemet forstyrrer innlæringen av divisjon og avrunding for mange elever. Jeg tror også at når mønsterbordproblemet blir vektlagt i matematikktimene, så kan flere jenter finne mening med faget.

Jeg spurte min tretten år gamle niese om hva hun syntes om deling. Hun svarte: "Det er kjedelig å terpe på ting jeg kan." "Hva syns du om delestykker som ikke går opp?", spurte jeg videre. Svaret lød: "De irriterer meg. For eksempel $100 : 3$. Det blir ikke ordentlig."

Mine egne erfaringer

Jeg husker da jeg var elev på videregående skole, gymnaset, at jeg mislikte sterkt å regne ut funksjonsverdier når svaret måtte avrundes. Jeg forsøkte i størst mulig grad å velge x-verdier slik at jeg unngikk å måtte avrunde y-verdien, jeg ønsket ikke å ødelegge det fine systemet jeg var i ferd med å sette opp i verditabellen.

Da jeg begynte å undervise i matematikk, fant jeg at funksjonslæra første år på videregående skole besto av mange oppgaver der det matematiske innholdet var gjemt i en eller annen kontekst som jeg ikke likte. Tekstoppgavene skulle være der for å gjøre det lettere for elevene. Dette klarte jeg ikke å forstå, men jeg aksepterte det som en didaktisk sannhet. Jeg vet at man ikke kan generalisere utfra eksempler, derfor konkluderte jeg med at jeg selv var et sært unntak som mislikte tekstoppgaver. I ettertid ser jeg at dette var mange oppgaver fra virkeligheten, der størstedelen av y-verdiene måtte avrundes. Der var også oppgaver relatert til samfunnsfag, der x-verdiene var store tall som skulle hentes fra en tabell og avrundes før bruk.

Jeg husker også hvor glad jeg ble over å stifte bekjentskap med den diskrete matematikken, jeg syntes den var så "ordentlig" og "ryddig". Oppgaver av typen $13 \equiv 6 \pmod{7}$ var rettferdige mot den ellers håpløse "resten" i divisjonsstykkene. Etter min oppfatning var det dårlig prioritering å la denne delen av matematikken være forbeholdt spesielt interesserte på universitetsnivå. Dette ble for meg matematikk som hadde relevans til mønsterbordproblemet i figur 8.3. Dette var matematikk som førte til at jeg så de samiske vottemønstrene på en ny måte.

Et samisk vottemønster som jeg har strikket mye, er sammensatt av sju ulike border. Antall masker i en repetisjon varierer fra bord til bord: 4, 4, 10, 4, 12, 2 og 8 masker. I en vott til meg selv er det 48 masker per omgang, hvor mange masker bør jeg ha per omgang i en litt større herrevott, når votten skal ha pene overganger mellom omgangene? Hvor mange masker bør jeg legge opp hvis jeg skal strikke lue i det samme mønsteret? På grunn av fargekombinasjonene er det vanskeligst å få pene overganger når borden med 12 masker ikke stemmer. Den diskrete matematikken gjorde meg i stand til å uttrykke mine strikketanker på et vis som hørte hjemme i en matematisk sammenheng. Matematikken ble et redskap for min strikketenking (Wisted, kapittel 2.12.2).

8.4.2 En annen tolking

Jeg er ikke enig med Brekke, Kobberstad, Lie & Turmo (1998) sin tolking av jentenes resultater, når de i kommentarene til sprettballoppgaven fra TIMSS hevder:

Vi har sett at på andre oppgaver der nøyaktighet i gjennomføring av resonnement og beregninger er avgjørende for løsningen, gjør jentene det generelt noe bedre enn guttene. Dette gjelder også for denne oppgaven, både nasjonalt og internasjonalt. (Brekke, Kobberstad, Lie & Turmo, 1998, s85)

Jeg fant at formingsjentene skåret høyere enn øvrige elever på disse oppgavene, mens de resterende 2/3 av jentene skåret lavere enn guttene på de samme oppgavene. Formingsjentene skåret henholdsvis 5 og 10 prosentpoeng *lavere* enn øvrige elever på TIMSS- og TIMSS-Repeat-oppgavene med ferdig oppstilt divisjon. Dette er oppgaver som blant annet krever nøyaktighet i gjennomføring av beregningene. Jeg tror jentene lyktes godt med sprettballoppgaven i TIMSS-undersøkelsen fordi mange av dem hadde god mønsterkunnskap.

Brekke m. fl. skriver videre om brøkregning og kjønn:

..jentene ser ut til å gjøre det bedre når utfordringen kan løses ved en standardalgoritme som krever nøyaktighet for å få det riktige svaret. (Brekke, Kobberstad, Lie & Turmo, 1998, s32)

videre skriver de (s 33), om gutteoppgaven M 04, sammenligning av brøker, i forhold til en oppgave om addisjon av uensbenedvnte brøker:

Sammenlignet med resultatene på oppgave 11 gir dette næring til tanken om at det ikke er spesifikk kunnskap om brøk, men heller den før omtalte evnen til presisjon ved utføring av algoritmer som er årsaken til jentenes bedre prestasjoner på oppgave 11.

Etter min oppfatning skyldes jentenes bedre prestasjoner på oppgaven der uensbenedvnte brøker skulle adderes, at de har sett et mønster som mange gutter ikke har sett. Minste felles multiplum er et brukbart redskap for å løse mønsterbordproblemet, og det er et bra redskap for å finne felles nevner for uensbenedvnte brøker. Jeg tror mange formingsjenter har kunnskap om minste felles multiplum som hjelper dem når de skal addere uensbenedvnte brøker, de ser mønsteret i operasjonen før de er på høyden med hva brøk egentlig er. Gjentatt jobbing med anvendelse av mønsteret fører til at jentene forbedrer forståelsen sin av de elementene som inngår i mønsteret. Slik lærte jeg å brodere mønsterborder i småskolen. Slik lærte jeg å legge sammen uensbenedvnte brøker. Jeg hadde idéer om et mønster og lekte meg med idéene. Noen av idéene var holdbare, mens andre ble forkastet etter hvert. Jeg er neppe den eneste som har lært brøkgregning på den måten. Jeg syntes minste felles multiplum var morsomt, men jeg lærte dessverre aldri på skolen at det hadde noen tilknytning til mønsterborder.

Utfra TIMSS-resultatene og de publiserte kommentarene, oppfatter jeg at gutter i større grad enn jenter trenger å lære seg ordentlig hva brøk er, før de er i stand til å se disse mønstrene.

Brekke m.fl skriver:

Flere av TIMSS-oppgavene viser at norske jenter gjør det bedre enn guttene på oppgaver der formelle løsningsmetoder kreves. (Brekke, Kobberstad, Lie & Turmo, s35)

..gutter er bedre til å ta ting på øyemål eller gjøre overslag, mens jentene liker å beregne et eksakt svar for å være sikre på at det er riktig. (Brekke, Kobberstad, Lie & Turmo, s30)

Min oppfatning er at formingsjentene utmerker seg ved at de er dyktige til å gjenkjenne mønstre. Mønsterkunnskap er både geometri og algebra. Formingsjentene lykkes bedre enn øvrige elever med oppgaver der mønsterkunnskap er deler av det elevene testes i. Dette tror jeg er den viktigste årsaken til at de mestrer mye av den såkalte formelle matematikken der det skal anvendes standardalgoritmer. De er i stand til å se og huske mønstre og strukturer i større grad enn sine medelever. Dette gjør at mange av dem kan nyttiggjøre seg en del regler for brøkgregning, til tross for at de lykkes dårligere enn sine medelever på enkelte typer divisjonsoppgaver.

I praksis anvender formingsjentene divisjon hver gang et repeterende mønster skal tegnes. Bredden på det repeterende mønsteret er sjelden divisor i arkbredden. Det er ikke interessant om mønsteret repeteres åtte eller ni ganger, det interessante er størrelsen på "resten". Skal du dekorere en jakke med en enkel bord nederst på ermene, så er det uinteressant hvor mange ganger mønsteret gjentas. Det som er interessant, er hvordan skøyten blir, hvordan det hele passer. Dersom vidden på ermet ikke er konstant, er en mulig løsning å flytte borden litt opp eller ned, slik at den plasseres et sted der borden går opp med vidden på ermet. I matematikktimene lærer ikke formingsjentene strategier for å håndtere den vanskelige "resten" når borden ikke stemmer. I stedet lærer de avrunding, og mange blir forvirret.

8.5 Musikk, mønster og Pythagoras

Pythagoras verdsatte musikken høyt. Musikk handler mye om mønster, både med hensyn til rytme, akkord og melodi. Pythagoras håpet å kunne gjøre matematikken til grunnbestanddel i

estetikken (kapittel 2.1). Blant pythagoreerne hadde menn og kvinner adgang på like fot. Pythagoras formaliserte ikke musikken ved hjelp av noter, notene kom først om lag 2000 år etter hans tid.

Jeg setter pris på å lytte til musikk. Jeg *hører at* (kapittel 2.2.1) blues-låter følger et mønster, blues lyder som oftest vakkert i mine ører. Mye musikk er bygd opp etter mønsteret "tema med variasjoner". Mozarts hornkonserter har gitt meg mental avkobling mer enn en gang i løpet av arbeidet med denne oppgaven.

For meg høres avantgardejazz vanligvis ut som en masse lyder uten mål og mening. Jeg oppfatter ikke noe mønster, og musikken gir ikke mening for meg. På bakgrunn av min erfaring kan jeg ikke *høre at* (kapittel 2.2.1) dette er musikk. Jeg har for lite kunnskaper til å *høre* slik jazz *som* musikk. Mange elever lykkes med å forenkle bokstavuttrykk av typen $7b + 5a - 3b$, mens de blir hjelpeløse hvis de skal forenkle et uttrykk med både bokstaver, brøk og parenteser.

Gitarister flest kan ikke lese noter, noter kalles golfkøller på gitaristspråket. Jimmy Page i Led Zeppelin representerer unntaket. Han vokste opp med foreldre som var organister, og lærte noter hjemme.

Som barn var jeg opptatt av mønsteret i et gammelt, vevet teppe i rødt, beige, grønt og brunt. For noen år siden vevde min tante et teppe der hun brøt opp dette mønsteret i ulike fragmenter, og spredte dem utover i nye farger på kornblå bakgrunn. Ved første øyekast minnet teppet hennes meg om et tetris-spill. For meg var dette teppet vakkert og mye mer spennende enn det gamle kjente mønsteret i trauste farger. Jeg *ser at* (kapittel 2.2.1) det blå teppet er en variant av det gamle mønsteret, matematikken gjør meg i stand til å *se* det *som* en variant av det gamle teppet i jordfarger.

Jeg tror mange mennesker har glede av musikk og forming, blant annet fordi de gis muligheter til å bryte opp og manipulere kjente mønster innenfor visse rammer. Vi mennesker kan også glede oss over å se og høre hvordan andre mennesker har lekt seg med ulike mønster. Jeg mener de praktisk-estetiske fagene er beslektet med matematikk. Elevene *ser at* (kapittel 2.2.1) et mønster stemmer, enten det er i formingstimen eller i musikktimen. Utfordringen for oss matematikklærere er å få elevene til å *se* matematikken *som* redskap for å forstå og utvikle disse mønstrene. Vi matematikklærere bør etter min mening ta utgangspunkt i pythagoreerne. De likestilte kvinner og menn, og de ville gjøre matematikken til grunnbestanddel i estetikken. Videre bør vi oppmuntre elevene til å leke seg med ulike mønster, da tror jeg mange flere av dem vil bli flinke i matematikk.

8.5.1 Musikk og testresultater

De elevene som selv spiller et musikkinstrument om lag en gang i uka eller oftere, utgjorde om lag en femdel av elevene som deltok i testen. Denne elevgruppen skåret signifikant høyere enn øvrige elever på testen ($p < 0.005$), og i tillegg hadde de signifikant høyere middel standpunktkarakterer ($p < 0.001$). Ingen andre elevgrupper var i nærheten av å utmerke seg i like stor grad. De elevene som selv spiller et instrument på fritiden, hadde 18,9 poeng i middel testskåre og 3,49 i middel standpunktkarakter. Blant alle elevene var middel testskåre 17,2 og middel standpunktkarakter 3,12 (tabell 5.1 og 5.3), mens tilsvarende tall for formingsjentene var 16,3 og 3,18. De fysisk aktive guttene hadde middel testskåre på 17,9 poeng. I likhet med formingsjentene skårer elevene som spiller et musikkinstrument høyt på oppgaver der mønsterkunnskap er deler av det elevene testes i. De elevene som spiller et musikkinstrument, skåret *lavere* enn øvrige elever på følgende 8 oppgaver.

- * 3 av de 5 oppgavene i testen som omhandlet biler. I kapittel 6 viser jeg at i min test skårer gutter høyere enn jenter på oppgaver som omfatter kjøretøyer i bevegelse. Formingsjentene og øvrige jenter skåret like dårlig på slike oppgaver.
- * 3 av de 5 oppgavene i testen som omhandlet prosent. I kapittel 8.4 hevder jeg at formingsjentene skårer lavere enn øvrige elever på oppgaver som krever forståelse for

divisjon. Prosentregning krever forståelse for divisjon.

- * Begge oppgavene om tykkelse av papirark. I kapittel 8.1.1 redegjør jeg for at formingsjentene lyktes dårlig med disse oppgavene uten at jeg kan si noe om årsaken. Muligens skyldes det tilfeldigheter.

Jeg konstaterer at de elevene som spiller et musikkinstrument, har en testskåreprofil som er svært lik formingsjentenes.

8.5.2 Elisabeth

For å begrense oppgavens omfang skal jeg ikke foreta noen nærmere analyse av testresultatene til de elevene som spiller et musikkinstrument, i stedet skriver jeg om Elisabeth og fører hennes ord i pennen. Elisabeth var elev i den forrige klassen min. Jeg var hennes klassestyrer og matematikklærer i 3 år. Hun var en dyktig elevrådsrepresentant og hun var godt likt av sine medelever. Elisabeth var flink i matematikk.

Etter et halvt år på ungdomsskolen fikk klassen følgende oppgaver i hjemmelekse: a) Finn en brøk som ligger mellom $1/3$ og $1/2$ b) Finn en brøk som ligger mellom $3/5$ og $3/4$. Elisabeth kom på skolen neste dag og stilte følgende spørsmål: "Er det en regel som sier at hvis man tar to brøker og legger sammen teller pluss teller og nevner pluss nevner, så får man en ny brøk som ligger mellom de to første?" Hun kunne videre fortelle at hun hadde jobbet mye med dette dagen før sammen med mora si. Elisabeth kunne ikke finne et eneste eksempel der "regelen" ikke stemte, og det sto ikke noe om dette i læreboka.

Vi skrev problemstillinga opp på tavla under navnet Elisabeths Teorem. Dette var algebra. Jeg kunne selv føre bevis for at Elisabeths teorem var riktig, men jeg fant ikke noe bevis som egnet seg til å presentere for elevene, de kunne for lite matematikk til det. Neste spørsmål fra Elisabeth var: Kan jeg bruke dette på prøver? Selvsagt måtte jeg tillate det. Om lag ett år senere gjorde Elisabeth sin dårligste matematikkprøve i løpet av hele ungdomsskoletiden. Mye av prøven handlet om gjeldende siffer og avrunding av tall. Elisabeth var kjempeskuffet, og hun jobbet mye med å forsøke å forstå dette.

Nå går Elisabeth første året på musikklinja på videregående skole, hvor hun trives godt. Hun er flink til å spille gitar og synge. Hun er en av mange flinke jenter som har valgt en linje på videregående skole der de ikke har matematikk første året.

Jeg ringte hjem til Elisabeths mor for å be om tillatelse til å skrive om datteren hennes i hovedoppgaven min. Det fikk jeg lov til. I løpet av samtalen fortalte mor at hun selv hadde mye bruk for matematikk i jobben sin som kunsthåndtverker. Hun kom med flere eksempler og sa blant annet: "Systemene ligger der, det er bare å finne dem".

Jeg snakket med Elisabeth, og hun husket godt både brøkoppgaven og prøven om gjeldende siffer. Hun kunne fortelle at de i år hadde hatt naturfagforsøk der de måtte avrunde svaret, og da måtte hun be om hjelp til å få riktig antall desimaler. Hun sa: "Det er vanskelig å runde av tall fordi jeg vet ikke *hvor* nøyaktig det skal være. En tid prøvde jeg å runde av så mye som mulig fordi jeg ønsket tall med få desimaler. Det ble også feil." Jeg spurte hva hun syntes om divisjonsstykker som ikke går opp. Da lo hun litt og sa: "Det er ikke morsomt.... Stykkene skal gjerne gå opp, det blir noe feil ellers."

8.5.3 Musikk, mønster og formingsjenter

I kapittel 8.3.1 kom jeg fram til følgende: *Mine resultater tyder på at et fellestrekk ved jenteformingsoppgavene i denne testen er at de omhandler mønster.* Dette spørsmålet bør undersøkes nærmere. Utgangspunktet for min undersøkelse var ikke å studere elevenes mønsterkunnskap.

I tillegg sitter jeg igjen med følgende spørsmål: *Er det fellestrekk ved matematikkoppgaver som formingsjenter og musikere lykkes med?* Mine data tillater meg ikke å gå nærmere inn på dette spørsmålet i denne oppgaven.

Kapittel 9 Skatere og matematikkskåre

I oppgavens kapittel 1.3 stilte jeg seks forskningsspørsmål. Et av spørsmålene var: Har elever som driver aktivt med snowboard og/eller skateboard, bedre forståelse av rotasjon enn elever som ikke driver med disse aktivitetene? I dette kapitlet besvarer jeg spørsmålet som et ledd i at jeg analyserer testskåre på de oppgavene i testen der skaterne (kapittel 2.11.1) skåret høyere enn øvrige elever. Først ser jeg på matematikkfaglige prestasjoner hos skaterne, både standpunktkarakterer og testskåre.

9.1 Definisjoner og avklaringer

Jeg har sett på matematikkfaglige prestasjoner hos ungdomsskoleelever i 10. klasse, og sammenlignet skatere med øvrig ungdom. En skater har jeg definert slik: *En skater* er en ungdom som driver med snowboard og/eller skateboard omtrent en gang i uka eller oftere utenom skoletiden (kapittel 2.11.1). I mine analyser av elevsvar på oppgavene velger jeg å benytte termen skateroppgave. "Skateroppgaver" er definert på samme vis som TIMSS-rapporten definerte "gutteoppgaver" (kapittel 6.1). *En skateroppgave* er en oppgave der skaterne gjør det bedre enn ikke-skaterne.

Skaterne representerer dagens ungdomsopprør. De har normer som avviker fra samfunnet for øvrig, og de kler seg som de selv vil. Skaterne bryr seg ikke nødvendigvis om de tradisjonelle (og ofte dyre) merkeklærne. En skater kan gjerne gå rundt i en gammel lue som ingen har maken til eller i en avlagt vindjakke. En skater kan gå barhoda med kortklipt farget hår eller med halvlangt naturlig hår og være iført siste skrik i ytterjakke. En periode var det in å *sagge* blant skaterne; de gikk med buksa langt nede på rompa. Dette førte til sukk og stønn fra mange forledre, på samme vis som da guttene begynte med langt hår på 1960-tallet. Skaterne synes å gi bevisst uttrykk for at de er mer i opposisjon enn gjennomsnittet.

Av de 638 elevene som deltok i min test, var det 56 som drev på med snowboard og/eller skateboard til daglig og 75 som drev på omtrent en gang i uka. Det betyr at 131 elever eller 20,5 % av dem som deltok i testen, var skatere.

De fleste oppgavene i min test ble gitt til om lag 200 elever, og noen oppgaver ble gitt til om lag 400 elever (kapittel 5.3.4). Det er relativt få skatere som løser hver av oppgavene i testen. Dette innebærer at resultater på enkeltoppgaver får begrenset informasjonsverdi. Skaternes resultater på enkeltoppgaver kan skyldes tilfeldigheter og det var ikke mange skateroppgaver i testen. Jeg har likevel valgt å diskutere resultatene på skateroppgavene i dette kapitlet.

9.2 Skatere og matematikkfaglige prestasjoner

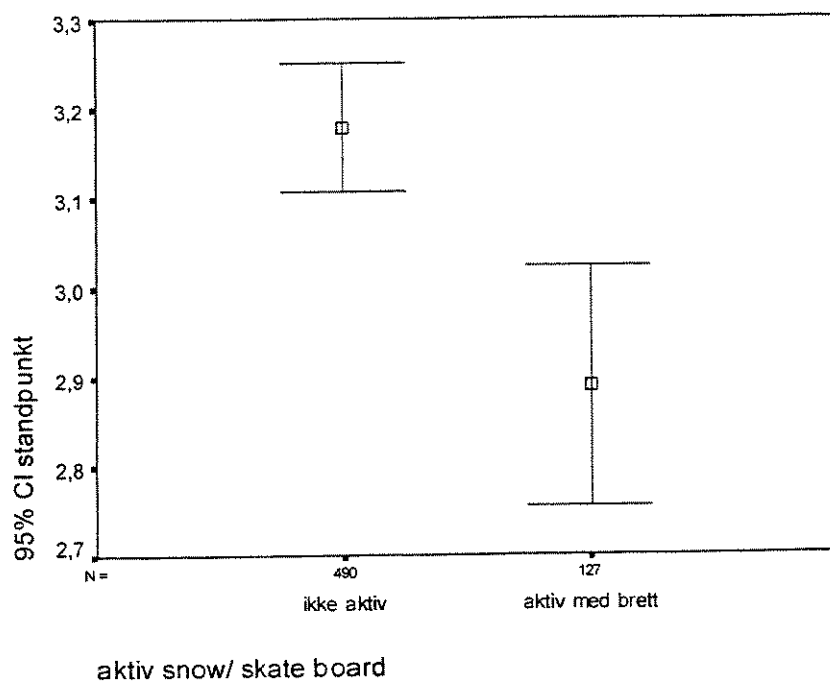
9.2.1 Standpunktkarakterer og testskåre

Av figurene 9.1 og 9.2 kan vi lese at skaterne som deltok i testen, har lavere matematikkfaglige prestasjoner enn øvrige elever. Vi ser av de to figurene at denne testen gir et godt bilde av skaternes skåre i forhold til øvrige elever.

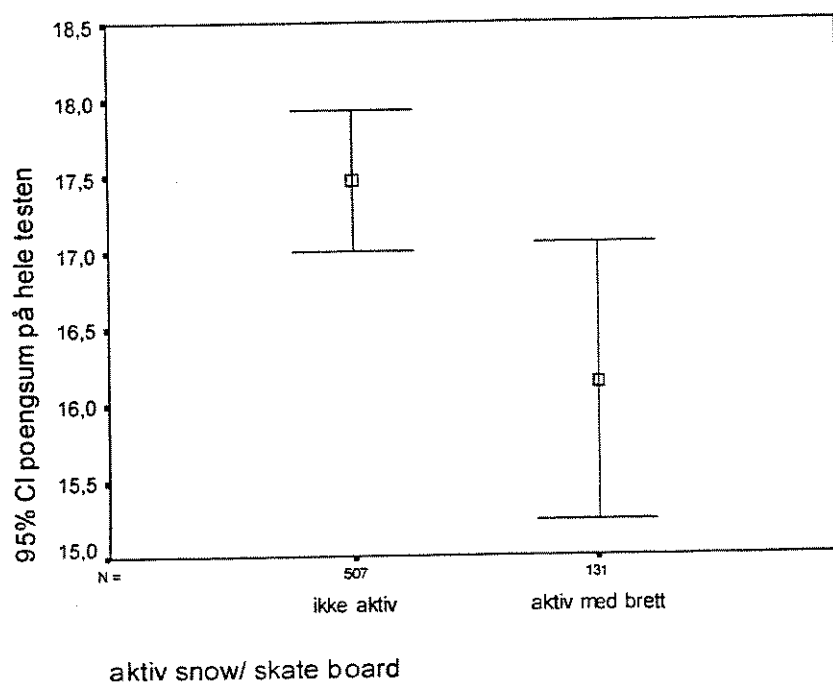
Opgavene i testen hadde jeg håndplukket for å teste på rotasjonsforståelse og romforståelse. I tillegg har jeg fylt på med oppgaver jeg likte; oppgaver med kontekstvariasjon, oppgaver i tallforståelse og andre oppgaver jeg syntes var viktige. Noen av oppgavene i mitt utvalg kan ha favorisert skaterne.

Innledningsvis ble samtlige elever spurt om hvor ofte de driver på med snowboard/skateboard. Dette er et spørsmål som kan ha gjort skaterne mer positivt innstilt til

testen, enn hvis den kun hadde gått ut på å utføre matematikkoppgaver. Dette berører elevenes holdning til testen og må ikke forveksles med oppgavens kontekst (kapittel 2.12).



Figur 9.1 Middelverdier av standpunktkarakterer hos skatere og øvrige elever. 95% konfidensintervall.



Figur 9.2. Poengsum på testen for skatere og øvrige elever. Middelverdier og 95% konfidensintervall.

Jeg så nærmere på forskjellene hos skatere og ikke-skatere i middel standpunktkarakterer og i middel skåre på testen (tabell 9.1). Skatene hadde i gjennomsnitt riktig svar på 54 % av testen, mens ikke-skatene i gjennomsnitt hadde riktig svar på 58% av testen.

Skater/ ikke-skater	standpunktkarakterer			testskåre			
	Middel- verdi	N	Standard -avvik	Middel- verdi	N	Standard- avvik	Prosentdel av testen riktig besvart
ikke skater	3,18	490	0,81	17,5	507	5,25	58
skater	2,89	127	0,77	16,1	131	5,25	54
Total	3,12	617	0,81	17,2	638	5,27	57

Tabell 9.1 Middelverdier av standpunktkarakter og testskåre samt andel av testen riktig besvart for skatere og ikke-skatere.

Middel poengsum på hele testen er 17,2 poeng. Kvartilene viste meg at halvparten av elevene oppnådde fra 13,4 til 21,0 poeng. Det betyr at det var opphoping av elever med poengsum i dette området. Full skåre var 30 poeng. Standpunktkarakterene er normalfordelt og det forventes testskåre også å være. Det stemmer med opphopingen av elever rundt middel skåre.

Konklusjon: Skatene lavere matematikkfaglige presentasjoner enn øvrig ungdom. Dette gjelder både med hensyn til standpunktkarakterer og med hensyn til min test.

9.2.2 Resultater på enkeltoppgaver

Jeg undersøkte hvilke oppgaver skatene lyktes best med. På forhånd hadde jeg en idé om at de ville ha bedre forutsetninger enn øvrig ungdom for å løse oppgaver der de skulle gjenkjenne roterte objekter. Det viste seg at skatene skåret høyere enn øvrige elever kun på den vanskeligste av disse oppgavene. I 9.3.2 argumenterer jeg for at skaternes resultater viser at de på min test lyktes bedre enn øvrige elever med å gjenkjenne figurer som er rotert i planet. Dessverre inneholdt min test kun to oppgaver som primært testet elevene på dette. Tabell 9.2 viser en presentasjon av de mest typiske skateroppgavene i testen.

Skatene viste seg å skåre høyere enn øvrige elever på flere oppgaver, også oppgaver som ikke omhandler rotasjon. Jeg skal videre i dette kapitlet gjøre rede for hva jeg mener er en forklaring på skaternes høye skåre på de fire mest typiske skateroppgavene. Disse oppgavene er merket med * i tabell 9.2. Skaternes skåre på disse oppgavene kan skyldes tilfeldigheter. Jeg har likevel valgt å diskutere det.

Oppgave	Differens	Emne	Hva oppgaven handler om
"Skateroppgaver" (Prosentpoeng i skaternes favør)			
M 022248 *	20	algebra	sprettball opp til 1/3 av opprinnelig høyde
M 022105 *	14	geometri	gjenkjenne rotert trekant
L 11 *	7	algebra	sprettball opp til 1/2 av opprinnelig høyde
M 022079 *	7	målinger	fire jenter skritter opp en korridor
M 022126	7	tall	jente gir bort klinkekuler. 1/3, 1/4,...
M 022144	6	tall	avrunde desimaltall
M 022154	4	geometri	finne rotasjonspunktet til navngitt rektangel
M 022207	4	tall	stabel med papirark
J 15	4	geometri	gjenkjenne formlike trekanter
N 16	4	tall	gutt gir bort klinkekuler. 1/2, 1/3,....

Tabell 9.2 De mest typiske skateroppgavene i testen.

Vi ser av tabell 9.2 at jeg har valgt å ta med to av de tre oppgavene der forskjellen i skåre er 7 prosentpoeng. Oppgaven om sprettballer er tatt med fordi den er en variant av den mest typiske skateroppgaven i min test. Oppgaven om oppskritting av en korridor var svært lett. En av ti ikke-skatere løste den oppgaven galt, mens kun en av femti skatere løste den galt.

Prosentpoeng forskjell i skåre sier ikke hele sannheten om forskjellen i skåre hos skatere og ikke-skatere på denne oppgaven.

Jeg ønsket å teste elevene på rotasjon (kapittel 4.2). To av oppgavene fra TIMSS testet elevene på rotasjon i uten at de ble testet på øvrig matematisk kunnskap i tillegg. En oppgave fra TIMSS testet elevene både på rotasjon og på formell matematisk kunnskap. Tabell 9.3 viser prosentpoeng i favør av skatene på disse tre oppgavene og TIMSS-Repeatvariantene av de samme oppgavene. I mine analyser har jeg valgt å ikke gå nærmere inn på skatenes resultater på de oppgavene som tester elevene både på rotasjon og på formell matematisk kunnskap i tillegg (kapittel 4.2). Skatenes skåre på disse tre oppgavene er vist nederst i tabell 9.3.

Av tabell 9.1 ser vi at skatene i gjennomsnitt har løst 54 % av oppgavene i testen riktig, mens øvrige elever har løst gjennomsnittlig 58 % av oppgavene riktig. Det innebærer at skatene skårer gjennomsnittlig 4 prosentpoeng lavere enn øvrige elever per oppgave.

De to oppgavene som testet elevene på tredimensjonal rotasjon, var forholdsvis lette. Om lag 3/4 av elevene løste dem riktig. Etter min oppfatning var oppgavene svært like, og jeg er ikke i stand til å si hvorvidt den ene er vanskeligere enn den andre. Totalt sett skåret skatene noe lavere enn ikke-skatene på disse to oppgavene, slik som på de fleste oppgavene i testen.

Oppgave	Differens	Hva oppgaven testet elevene på	Hva oppgaven handlet om
Differensen er oppgitt i favør av skatene			
M 022105	14	Gjenkjenne todimensjonal rotert figur, figuren er rotert om et gitt punkt.	Rotert trekant
M 05 (T)	-7		Rotert sekskant
M 022049	-14	Gjenkjenne tredimensjonal rotert figur	Roterte klosser
K 03 (T)	-2		Roterte klosser
M 022154	4	Forståelse for rotasjon av todimensjonal figur og formell matematisk kunnskap.	Rotert rektangel
M 022155	-2		Rotert trekant
O 08 (T)	-17		Rotert trekant

Tabell 9.3 Skatenes skåre på de oppgavene i min test som testet elevene på rotasjon. TIMSS-oppgavene er merket (T) i tabellen.

9.3 Rotasjon i planet

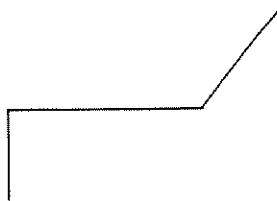
9.3.1 Gjenkjenne rotert objekt

To oppgaver handler om å gjenkjenne et objekt etter at det er dreid en halv omdreining om et gitt punkt i planet. I kapittel 7.3.3 og 7.4.1 analyserer jeg formingselevnes resultater på disse oppgavene. Oppgavene krever minimalt med matematikkfaglig kunnskap, de kan løses ved å se figurene i planet. Den eneste formelle matematiske kompetansen som kreves for å løse disse oppgavene, er forståelsen for hva termen rotasjon "om et gitt punkt" betyr. Dette kommer jeg tilbake til 9.3.2 når jeg analyserer elevenes fordeling på de ulike svaralternativene på de to oppgavene.

Oppgavene er M 05 i TIMSS - figur 9.4, og M 022105 i TIMSS-Repeat - figur 9.5 (kapitlene 4.2.1 og 7.7.1). På forhånd hadde jeg store forventninger til skatenes skåre på disse to oppgavene, og jeg så ikke da at den ene oppgaven var vanskeligere enn den andre. Forskjellen på oppgavene er at i TIMSS-Repeatoppgaven er figuren en trekant (figur 9.3.a), mens i TIMSS-oppgaven er figuren en irregulær sekskant (figur 9.3.b). Den irregulære sekskanten er i seg selv fremmed for elevene, mens trekanten er en kjent figur. Den irregulære sekskanten har et karakteristisk hjørne som viste seg å være lett å finne igjen når figuren er rotert, mens trekanten ikke har noen karakteristiske hjørner eller fremspring.



Figur 9.3a. Objektet som roteres i TIMSS-Repeat-oppgaven



Figur 9.3b. Objektet som roteres i TIMSS-oppgaven

Av tabell 9.4 ser vi at 53% av skaterne gjenkjente de roterte figurene, enten de var sekskanter eller trekanter. De ungdommene som ikke skater, skåret 21 prosentpoeng lavere enn skaterne på TIMSS-Repeat oppgaven enn på TIMSS oppgaven.

Resultatet her kan selvsagt skyldes tilfeldigheter, men jeg tror årsaken er at skaterne har lært noe fra aktiviteter på snowboard og skateboard som de ikke har lært i matematikktimene.

	180 grader rotert sekskant (M 05 i TIMSS)			180 grader rotert trekant (M022015 i TIMSS Repeat)		
	Middel-verdi	N	Standard-avvik	Middel-verdi	N	Standard-avvik
Skater/ikke-skater						
Ikke-skater	0,60	352	0,49	0,39	155	0,49
skater	0,53	91	0,50	0,53	40	0,51
Total	0,58	443	0,49	0,42	195	0,49

Tabell 9.4. Andel av elevene som hadde riktig svar på oppgavene i rotasjon i to dimensjoner, de oppgavene som ikke i tillegg testet elevene på formelle kunnskaper i matematikk.

Kun 42% av elevene lyktes med å gjenkjenne trekanten i figur 9.3a, mens 58% gjenkjente sekskanten. Skaterne skårer derimot *høyere* enn øvrig ungdom på oppgaven med trekanten i figur 9.3a. På den andre oppgaven skårer skaterne *lavere* enn øvrig ungdom. Dette fremgår av tabell 9.4. En rimelig antagelse vil derimot være at dersom en tilfeldig valgt oppgave blir gitt med to vanskegrader, så vil elevene som skårer lavest på testen, lykkes dårligst med den vanskeligste oppgaven.

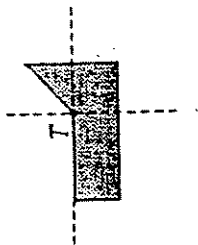
Jeg vil videre begrunne hvorfor jeg mener skaternes høye skåre på denne oppgaven var som forventet, jeg vil hevde at årsaken ligger i deres erfaringsbakgrunn. Norwood Russel Hanson (kapittel 2.2) skiller mellom å *se som* og å *se at*. Dette kan jeg illustrere ved hjelp av følgende eksempel: Vi matematikklærere kan vår teori og vi ser tavla på klasserommet *som* et rektangel. Vi *tolker* det vi ser ved hjelp av teoretisk kunnskap. Mange elever vil *se at* tavla er et rektangel og begrunne det med at "det bare er sånn". De elevene *ser ikke* tavla *som* en representant for klassen rektangler (van Hiele, kapittel 2.5.1), de befinner seg på det visuelle nivå eller på det deskriptive nivå. Gjennom sin fysiske aktivitet i mesorommet (kapittel 2.8) har skaterne lært seg å gjenkjenne figurer visuelt, de *ser at* trekanten er en den samme enten den er dreidd litt eller mye, og de ser hvilken figur som må være den roterte trekanten. Skaterne har mye erfaring med rotasjon i mesorommet, mens skolegeometrien stort sett ikke foregår der. Av den grunn får skaterne begrenset mulighet til å knytte erfaringene sine til geometri.

Mange elever befinner seg på det *visuelle* nivå (van Hiele, kapittel 2.5.1). Når de skal løse oppgavene i figur 9.4 og 9.5, ser de figurene som visuelle gestalter. Elever på det visuelle nivå vil kunne lykkes med den enkleste av de to oppgavene på grunn av det karakteristiske hjørnet. Skatere vil kunne tilegne seg forståelse for figurenes egenskaper gjennom sin "lek" (kapittel 2.10.1), gjennom aktiviteter med snowboard og skateboard. Av den grunn antar jeg flere av dem befinner seg på det *deskriptive/analytiske* nivå.

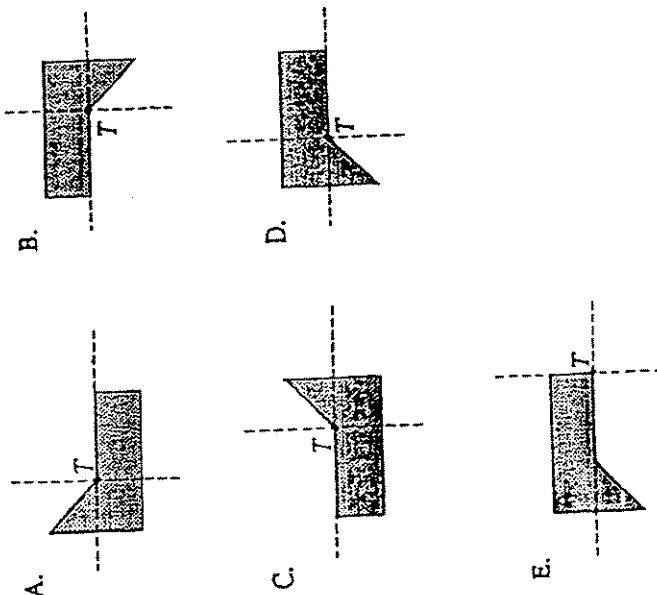
Figur 9.4 Oppgave M 05 fra TIMSS.

53% av skaterne og 60% av øvrige elever løste denne oppgaven riktig.

Den skyggelagte figuren dreies en halv omdreining.



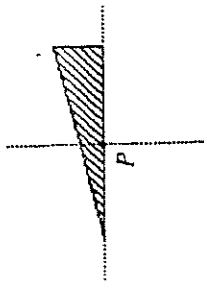
Hvilken av disse figurene får vi da?



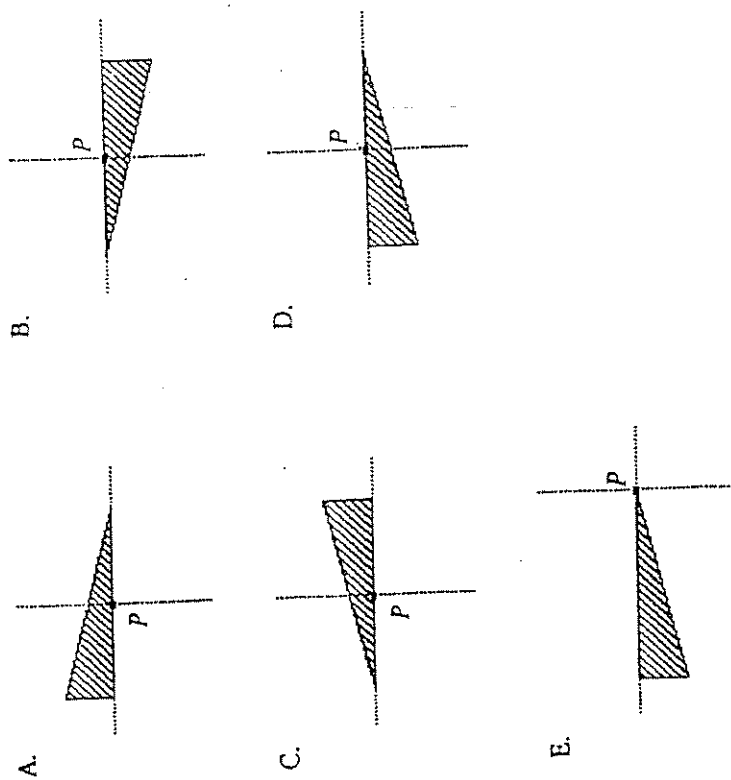
Figur 9.5 Oppgave M 022105 fra TIMSS-Repeat

53% av skaterne og 39% av øvrige elever løste denne oppgaven riktig.

Den skyggelagte figuren dreies en halv omdreining rundt punktet P.



Hvilken av de følgende figurene viser resultatet av den halve omdreiningen?



Før jeg hadde begynt å analysere data i denne oppgaven, benyttet jeg begrepet *visuell* erfaring (kapittel 1.3). I kapittel 4.2 skriver jeg om oppgavene K03 og M05 i TIMSS at de omhandler *observert* rotasjon i planet. Etter at jeg hadde begynt å analysere dataene, gikk jeg over til betegnelsen *persipert* rotasjon i planet. Jeg har valgt å benytte følgende definisjon av perseptuell erfaring: *Perseptuell erfaring er erfaring som baserer seg på inntrykk fra en eller flere sanser.*

Funn i mine data kan tyde på at visuell erfaring (kapittel 1.3) alene ikke er nok til at eleven skal kunne bevege seg fullstendig fra det visuelle nivå og til det deskriptive/analytiske nivå (kapittel 2.5.1). Perseptuell erfaring omfatter mer enn visuell erfaring.

Steinbring (1994) ville sagt at mange skatere har et konseptuelt forhold til denne typen oppgaver, i motsetning til dem som kun har erfart dette som ord - bilde (kapittel 2.4.2). Piaget sa (kapittel 2.4.3): Barnets romforståelse konstrueres gjennom økende organisering av barnets motoriske og indre handlinger. Dette resulterer i operasjonelle systemer. Derfor er ikke *representasjonen* av rommet en perseptuell avlesing av de romlige omgivelsene, men er bygget opp av tidligere aktiv manipulering av omgivelsene.

Både Steinbring, van Hiele, Piaget og Russel Hanson sine teorier mener jeg kan forklare at skatene vil takle oppgaven med den roterte trekanten bedre enn ikke-skatene. Jeg mener at skolematematikken bør møte skatene der de er og bygge videre på deres geometriske kompetanse. Skatene trenger skolens hjelp til å lære seg å tolke (kapittel 2.2.1) det de ser. De behøver geometrisk kunnskap for å kunne bevege seg opp på det *abstrakte/relasjons-* nivå.

De elevene som driver aktivt med snowboard og skateboard, har en annen erfaringsbakgrunn enn øvrig ungdom. De har variert motorisk erfaring fra mesorommet. De studerer video og bilder som viser ulike typer hopp og rotasjon, foruten at de opplever sin egen kropp på brettet som roterende objekt. Sagt med Russel Hanson (kapittel 2.2.1), har mange av skatene lært seg å organisere "det sette"; det "å se" er også en erfaringstilstand. Linn & Hyde (kapittel 2.9.2) hevder at forståelsen av rotasjon øker ved fysisk trening. Det innebærer at skatene kan forventes å ha bedre forståelse av rotasjon enn ikke-skatene.

Når barn leker, betrakter de hverandre. Mye av barns fysiske ferdigheter læres ved herming, studier av bevegelser i mesorommet. Også voksne mennesker lærer ved å herme: Aerobicøvelser læres ved å herme etter en instruktør. Dans læres ved å herme. Innen annen sport og idrett hermer vi også: Storhaugvending, Bokløv-stil, Flopasning, Cruyffvending osv. Det er ofte enklere å se en annen person samtidig som man kopierer bevegelsene, enn det er å kopiere bevegelsene ut fra tegninger. Når en bestemt øvelse får navn etter en person, så forbindes øvelsen med personen. For mange mennesker er det da enklere å danne seg et indre bilde av øvelsen, enn hvis øvelsen er kontekstløs. Elevene lærer vanligvis ikke på skolen at det fins noen form for sammenheng mellom geometrisk kunnskap og slik herming. Geometri foregår i helt andre kontekster.

Før jeg går videre med dette kapitlet, søker jeg å belyse fordelingen av løsningsalternativene på disse to oppgavene blant skatere og ikke-skatere.

9.3.2 Rotasjon i planet - fordeling av elevsvar på to oppgaver

I mine forhåndsvurderinger anførte jeg ikke noe om at de to oppgavene hadde ulik vanskelighetsgrad. Senere har jeg spurt om lag ti tilfeldige voksne mennesker, både akademikere og andre, om hvorvidt det er ulik vanskelighetsgrad på de to oppgavene. Svarene jeg fikk, styrket min antagelse om at det langt fra var opplagt at TIMSS-Repeatoppgaven i figur 9.4 var vanskeligere enn TIMSS-oppgaven i figur 9.5.

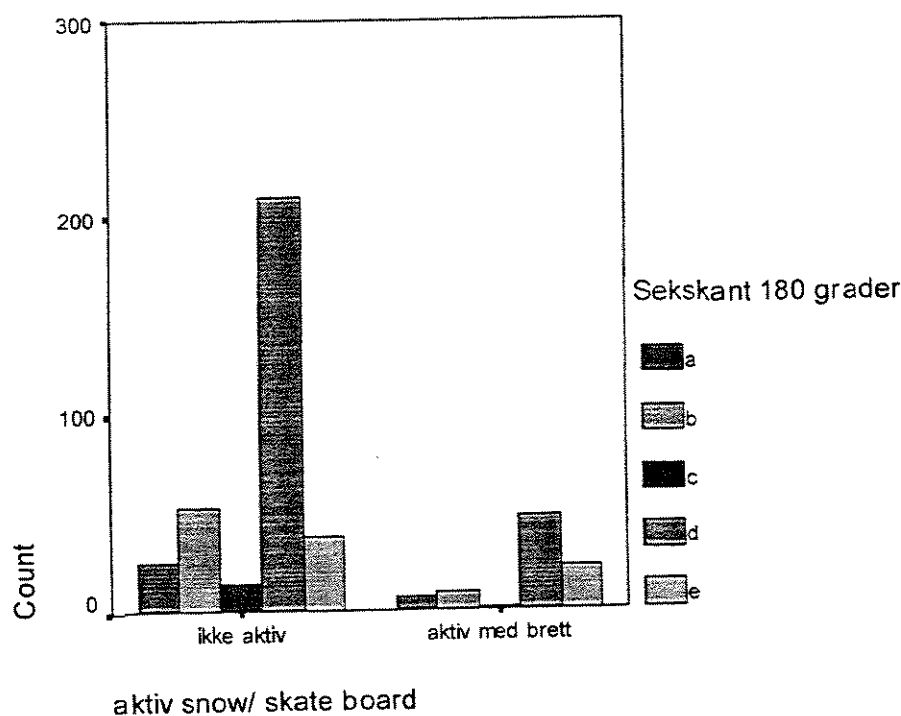
Etter hvert innså jeg at en årsak til høyere skåre på TIMSS-oppgaven, trolig var at sekskanten hadde et lettkjennelig hjørne. Elever på det visuelle nivå (kapittel 2.5.1) vil derfor ha bedre mulighet til å lykkes med denne oppgaven enn med den tilsvarende oppgaven der en

trekant var rotert. På denne bakgrunn fant jeg det relevant å se nærmere på fordelingen av gale svar blant elevene.

Oppgaven i rotasjon fra TIMSS, figur 9.4

58% av 10. klassingene som deltok i min test, svarte riktig på denne TIMSS-oppgaven, altså tilnærmet likt resultatet fra TIMSS-undersøkelsen (kapittel 5.5). Denne oppgaven ble gitt til 91 skatere og 352 ikke-skatere i min test.

Av figur 9.6 ser vi at alternativ e i særklasse er det mest utbredte feilsvaret blant skaterne. De har skjønnet at objektet skal roteres en halv omdreining, men de har bommet på den formelle matematiske biten, rotasjon "om et gitt punkt". 70 av 91 skatere - 77% - har svart enten d (riktig) eller e. Blant ikke-skaterne er tilsvarende tall 248 av 352, eller 70%. Nærmere omtale av TIMSS-resultatene på denne oppgaven finnes i Brekke, Kobberstad, Lie & Turmo (1998).



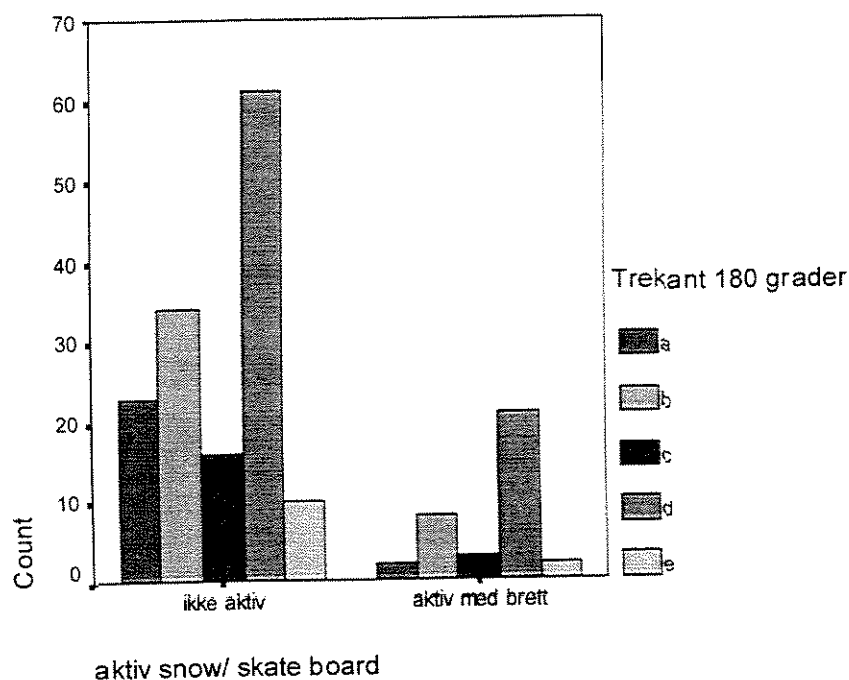
Figur 9.6 Fordeling av elevsvar på oppgave M 05 fra TIMSS.

Oppgaven i rotasjon fra TIMSS-Repeat, figur 9.5

Figur 9.7 viser at svaralternativ e er langt mindre utbredt blant skaterne enn tilfellet var på TIMSS oppgaven. Dette kan skyldes at det her kun er "ytterste hjørne" av figuren som "når bort til" den vertikale aksens gjennom P. I TIMSS-oppgaven blir figuren liggende inntil begge aksene, dette kan trolig se "riktig" ut og vilde en usikker elev. En annen mulighet er at i TIMSS-Repeat-oppgaven blir figuren å ligge "nesten utenfor" punktet P og den vertikale aksens. Flere usikre elever kan av den grunn ha valgt løsning d.

Alternativene a, d og e representerte trekanten der kortsiden vendte motsatt retning av den opprinnelige trekantens kortsider, men alternativ a var i tillegg speilet. De skaterne som har lyktes i å dreie trekanten 180°, har i større grad enn ikke-skaterne endt opp med en løsning der figuren kun var dreidd og ikke speilet i tillegg. På denne oppgaven har 23 av 36 skatere enten svart d (riktig) eller e, dette utgjør 64%. Tilsvarende tall for ikke-skaterne er 71 av 144, som utgjør 49%. Både på denne oppgaven og på TIMSS-varianten av den, er det større andel av skaterne enn av ikke-skaterne som lykkes i å rotere figuren en halv omdreining. Den store andelen skatere som valgte alternativ e på TIMSS-oppgaven, kan tyde på at skaterne er mer usikre enn

andre elever på hva det formelle rotasjon "om et gitt punkt" betyr. Mine resultater kan tyde på at skaterne ville skåret høyere enn øvrige elever på en muntlig beskrivelse av hvordan figuren roterer.



Figur 9.7. Fordeling av elevsvar på oppgave M022105 fra TIMSS-Repeat.

9.4 Sprettballoppgaver

Vi lærere er omtrent like lite begeistret for sprettballer som for rullebrett og tomme brusflasker i timene. Urolige elever finner alltid noe å skramle med, med det som følge at vår undervisning blir forstyrret.

"En gummiball spretter opp igjen til halvparten av den høyden den ble sluppet fra. Hvis ballen blir sluppet fra et tak som er 18 m over bakken, hva er da den samlede lengden ballen har beveget seg når den treffer bakken for tredje gang?" Dette var oppgave L 11 i TIMSS. Blant TIMSS-Repeat oppgavene var det to varianter av denne. I den ene oppgaven (M022248) spratt ballen opp igjen til 1/3 av opprinnelig høyde. I den andre (M022078) gikk en heis opp og ned mellom etasjer, og spørsmålet var hvor langt heisen hadde kjørt. Oppgaven med heisen har jeg valgt å ikke kommentere nærmere. Skaterne hadde 5 prosentpoeng lavere skåre på den oppgaven enn øvrige elever. Oppgaven var middels vanskelig, litt mer enn halvparten av samtlige elever løste den riktig. Bevegelsene til en heis er uforutsigbare og styres av hva som skjer for hvert stoppested. Bevegelsen til en sprettball som blir sluppet, er derimot regelmessig og forutsigbar.

Resultatene på de to sprettballoppgavene har jeg tidligere kommentert i kapittel 8.2.2. Nå går jeg nærmere inn på skaternes skåre på disse to oppgavene. For sikkerhets skyld spurte jeg ei jente og to gutter i 18 - 20 års alderen om hvordan det lå an med sprettballaktiviteter blant dagens ungdom. Jeg fikk til svar at så og si alle leker eller har lekt med sprettballer. Alle som har lekt litt med sprettballer, vet at de spretter litt lavere for hver gang. Dette burde være oppgaver der konteksten var kjent for de fleste.

Det er enklere for elevene å regne med halvering enn med å dele på 3. Utfra dette forventet jeg at sprettballopgaven i TIMSS-Repeat var vanskeligere for elevene enn den tilsvarende oppgaven i TIMSS.

9.4.1 Skaternes skåre på sprettballoppgavene

Tabell 9.5 viser at for skaterne er oppgaven like vanskelig eller lett, enten ballen spretter opp til 1/2 eller til 1/3 av opprinnelig høyde. Færre enn halvparten av elevene har løst disse oppgavene riktig, slik at det er de flinkeste blant skaterne det her er snakk om. Jeg slo sammen testresultatene på de to sprettballoppgavene, og fant at skaternes middel skåre på disse to oppgavene var 13 prosentpoeng høyere enn ikke-skaternes. Deretter foretok jeg en kji-kvadrat test for å sjekke om det var signifikant forskjell på skateres og ikke-skateres skåre på sprettballoppgavene. Resultatet av kji kvadrat testen fremgår av tabell 9.6.

	sprettballoppgave fra TIMSS-R <i>opp til 1/3 av opprinnelig høyde.</i>			sprettballoppgave fra TIMSS <i>opp til 1/2 av opprinnelig høyde</i>			sprettballoppgaver <i>Begge oppgavene slått sammen</i>		
Skater/ ikke-skater	middel- verdi	N	standard- avvik	middel- verdi	N	standard- avvik	middel- verdi	N	standard- avvik
ikke skater	0,25	155	0,44	0,36	173	0,48	0,31	328	0,46
skater	0,45	40	0,50	0,43	44	0,50	0,44	84	0,50
Total	0,29	195	0,46	0,38	217	0,49	0,34	412	0,47

tabell 9.5 Testskåre på sprettballoppgavene for skatere og øvrige elever. Andel av elevene som har riktig løsning på sprettballoppgavene.

Kji kvadrat test					
	verdi	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2- sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	5,017	1	0,025		
Continuity Correction	4,454	1	0,035		
Likelihood Ratio	4,872	1	0,027		
Fisher's Exact Test				0,028	0,018
Linear-by-Linear Association	5,005	1	0,025		
N of Valid Cases	412				
a. Computed only for a 2x2 table					
b. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 28,34.					

Tabell 9.6 Kji kvadrat test på elevskåre på begge sprettballoppgavene samlet.

På TIMSS oppgavene med sprettballer fant jeg at skaterne skåret signifikant høyere enn øvrige elever, $p < 0.05$. Dette til tross for at skaterne hadde signifikant *lavere* standpunkt karakterer enn øvrige ungdommer, $p < 0.01$ (kapittel 9.2.1).

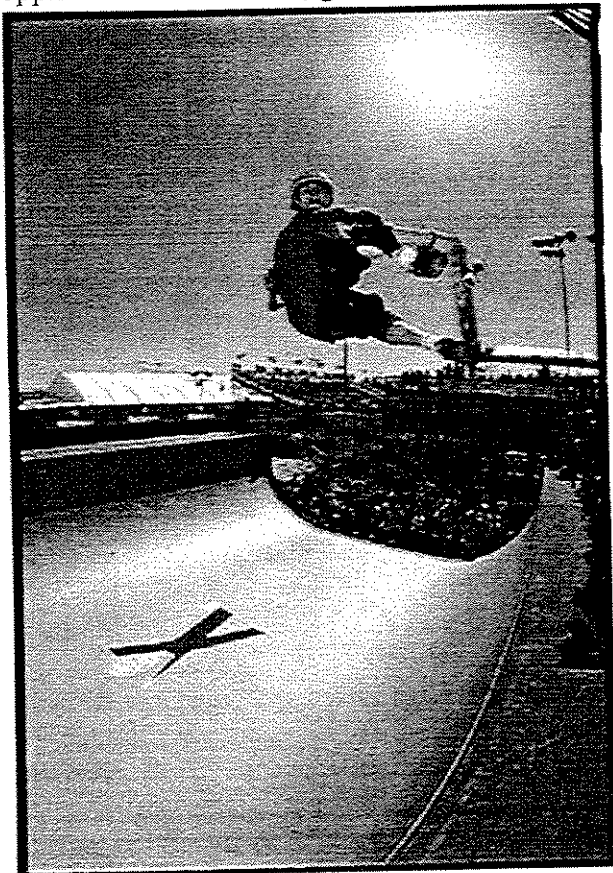
Det var ingen korrelasjon mellom deltakelse i noen andre fysiske aktiviteter enn snowboard/skateboard utenom skoletiden og riktig løsning på disse oppgavene. Tabell 9.5 viser at skaterne lyktes godt med disse oppgavene, spesielt den vanskeligste. Spørsmålene blir da: Hvorfor? Har skaterne bedre innenfra- forståelse av denne problemstillingen? Har de prøvd å være passasjerer på en sprettball? Jeg tror en forklaring på skaternes avvikende resultater på de to sprettballoppgavene ligger i deres erfaringer fra "halfpipe" og "vert". En skateboardrampe (vert på amerikansk) har form som en u-dal, figur 9.8 viser en skater i en skateboardrampe. Snowboarderne bruker en tilsvarende form, de kaller den halfpipe, ei pipe som er delt i to på langs.

Så vidt jeg har brakt på det rene er det slik at de fleste som driver aktivt på med brett, studerer det meste de kommer over av video og bildeserier fra slike situasjoner. De forestiller

seg hvordan det vil være å gjøre de samme øvelsene som heltene foretar seg, enten det er Stine Brun Kjeldås på snowboard eller Tony Hawk på skateboard.

På skateboardrampen starter utøveren oppe på kanten, ruller ned til bunnen og ruller deretter litt opp på motsatt side. Når eller hvis utøveren mister brettet, vil det ikke nå like høyt opp på motsatt side. Deretter skifter brettet retning og ruller ned igjen. Frem og tilbake - opp og ned, litt lavere for hver gang, brettet følger et rytmisk mønster. Når man ser på vertkonkurranser på TV, blir man fort var den rytmiske lyden. Selv jeg som aldri har stått i en vert, kan lukke øynene og likevel følge med. Jo luftigere hopp, desto lengre pause. Jeg tror skaterne er mer bevisst dette rytmiske mønsteret enn jeg er.

Jeg tror det er slik at skaterne har en innenforståelse (kapittel 2.2.3) av denne problemstillingen. På den bakgrunnen kan de se (kapittel 2.2.2) ballens bevegelser som modell for et gitt mønster. I tillegg har de koordinert syn og hørsel (kapittel 2.2.1). De har oppnådd en kontekstfri, generalisert kunnskap (kapittel 2.12.2).



Figur 9.8 Skateboardrampe eller vert. Foto: Pete Thompson, kilde: www.skateboarding.com
Bildet viser skateboarderen Rune Glifberg. (Bokstaven X viser at bildet er fra X-treme games.)
(Foto gjengitt etter tillatelse fra Lance Dalgart, Transworld Skateboarding Magazine)

De elevene som ikke er aktive skatere, mangler denne erfaringsbakgrunnen. Det tror jeg er en årsak til at de leverer mange tilfeldige svar på disse oppgavene. Dersom eleven ikke kjenner bevegelsesmønsteret fra sitt eget mesorom, fra sin egen kropp sine bevegelser i mesorommet, kan oppgaven bli vanskeligere.

Jeg tror mange skatere løser oppgavene ved å se for seg ballens bevegelse på samme vis som jeg antar formingsjentene gjør (kapittel 8.2.2). Sprettballoppgavene "ligner" ikke på oppgaver fra skolematematikken. Jeg ser ikke andre forklaringer på skaternes resultat enn deres erfaringsbakgrunn som også er beskrevet i kapittel 2.10.1. Dette er stoff som elevene ikke har blitt undervist i på skolen, et såkalt ikke-rutine problem (kapittel 2.6.3).

9.5 Skrittmåling

To oppgaver omhandlet oppmåling ved hjelp av skritt, en TIMSS oppgave, L 12, og dens tilsvarende TIMSS-Repeat-oppgave. I TIMSS-oppgaven fikk vi vite hvor mange skritt hver enkelt av fire navngitte elever av begge kjønn brukte fra A til B. Oppgaven gikk ut på å finne ut hvem som gikk med lengst skritt. I den videre teksten omtaler jeg den oppgaven som *elevskritt*-oppgaven. I TIMSS-Repeat-oppgaven var skrittlengden for fire navngitte jenter oppgitt. Oppgaven handlet om å finne ut hvem som brukte flest skritt fra A til B. Denne oppgaven omtaler jeg som *jenteskritt*-oppgaven. En tredje variant av disse to oppgavene omhandler bilkjøring. Resultatene på den oppgaven er analysert i kapittel 6.

Resultatene fra TIMSS viste at norske trettenåringer ligger litt i overkant av det internasjonale gjennomsnittet på elevskritt-oppgaven, men de ligger lavere enn Skandinavia for øvrig. Forskjellene er små og ikke signifikante. Skaterne som gjorde denne oppgaven i min test, hadde samme resultat som ikke-skaterne. Dette fremgår av tabell 9.7.

	elevskritt TIMSS oppgave L 12			jenteskritt TIMSS-R oppgave M 022079			fart på biler TIMSS-R oppgave M 022080		
Skater/ ikke-skater	Middel- verdi	N	Standard -avvik	Middel- verdi	N	Standard -avvik	Middel- verdi	N	Standard -avvik
Ikke-skater	0,90	173	0,31	0,91	179	0,29	0,67	155	0,47
skater	0,89	44	0,32	0,98	47	0,15	0,63	40	0,49
Total	0,89	217	0,31	0,92	226	0,27	0,66	195	0,47

Tabell 9.7. Andel av elevene som svarte riktig på oppgave L12 og de to TIMSS-Repeat variantene av oppgaven. Skatere og ikke-skateres resultater.

9.5.1 Jenteskritt i skateroppgave

Jeg har selv benyttet oppskritting i forbindelse med matematikkundervisning av elever med et dårlig begrepsapparat. Da skrittet vi opp en bestemt strekning med korte og lange skritt før vi snakket matematikk. Det var vellykket.

I tabell 4.1 skrev jeg at jeg forventet at jenteskritt-oppgaven var enklere for elevene enn elevskritt-oppgaven. Tabell 9.7 viser at det var om lag lik elevskåre på de to oppgavene. En litt større andel av elevene hadde riktig løsning på jenteskritt-oppgaven, blant skaterne var det kun *en* elev som *ikke* løste den riktig.

Blant de elevene som deltok i min test, var det mange flere skatere blant guttene enn blant jentene, slik figur 9.9 viser. En jenteoppgave (kapittel 6.1) vil fort kunne gå i skaternes disfavør. Tabell 9.8 viser at jenter og gutter skårer likt på denne tilsynelatende jenteoppgaven, jentene skårer ubetydelige 2 prosentpoeng lavere enn guttene. Skaterne skårer 7 prosentpoeng høyere enn ikke-skaterne i følge tabell 9.7.

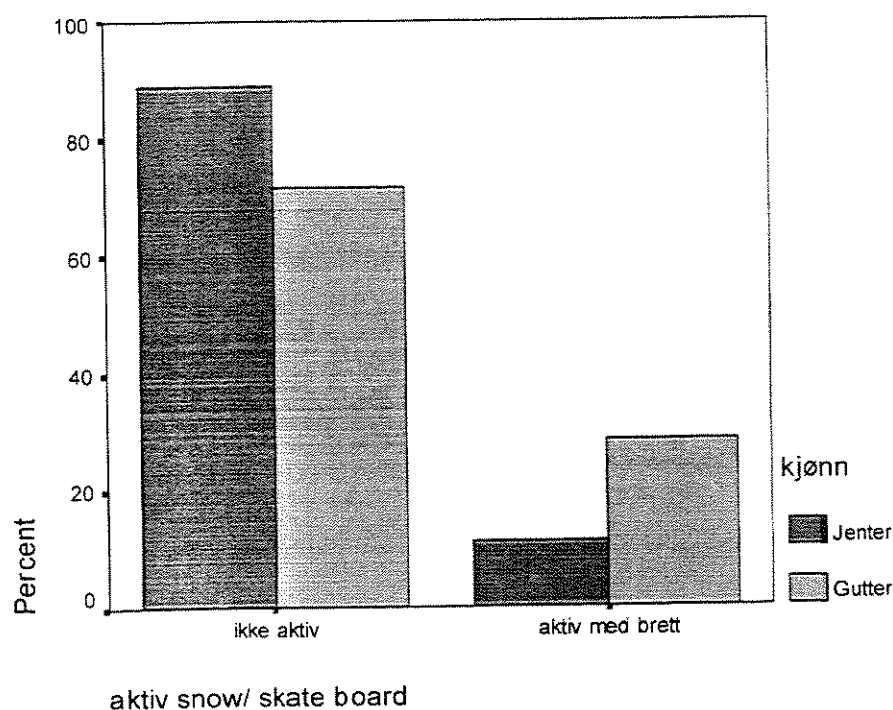
Både vi matematikklærere og mange lærebokforfattere benytter jentenavn i matematikkoppgavene, i den tro at vi dermed opererer med en mer jentevennlig kontekst. De to skrittoppgavene er eksempler på at det ikke nødvendigvis bestandig er slik.

Konteksten i jenteskritt-oppgaven bør være kjent for skaterne. Når de står på brettet med en fot og sparker fra med den andre, kan de bruke få og lange skritt på å komme seg fra A til B. Alternativt kan de bruke mange og korte skritt til å forflytte seg den samme strekningen. Jenteskritt-oppgaven er svært lett, kun en av 47 skatere bommet på den, mens en av ti blant øvrige ungdommer hadde feil svar. Jeg tror dette er kontekstavhengig kunnskap (kapittel 2.12.2) for de matematikkfaglig aller svakeste blant skaterne. Når problemstillingen ble snudd, slik som i elevskritt-oppgaven, ble det matematiske innholdet vanskeligere, og de skåret likt med øvrige ungdommer. Det er her verd å minne om at skaterne som gruppe hadde signifikant lavere standpunktkarakterer enn øvrige ungdommer.

	Elevskritt oppgave L12			Jenteskritt oppgave M022079			snittfart på biler oppgave M 022080		
kjønn	Middel- verdi	N	Standard- avvik	Middel- verdi	N	Standard- avvik	Middel- verdi	N	Standard- avvik
Jenter	0,90	99	0,30	0,91	109	0,29	0,59	95	0,49
Gutter	0,89	116	0,32	0,93	117	0,25	0,74	99	0,44
Total	0,89	215	0,31	0,92	226	0,27	0,66	194	0,47

tabell 9.8. Andel av elevene som svarte riktig på oppgave L12 og de to TIMSS-repeat variantene av oppgaven. Jenters og gutters resultater.

Jeg vil hevde at den erfaringen som er nødvendig for å løse denne oppgaven, er praktisk erfaring fra mesorommet (kapittel 2.8). Dette kan være en vesentlig årsak til at dette viste seg å være en skateroppgave og ikke en jenteoppgave selv om navnene på personene i oppgaven er jenter.



Figur 9.9. Fordeling av jenter og gutter blant aktive skatere.

9.6 Oppsummering

Det fjerde forskningsspørsmålet i oppgavens kapittel 1.3 var: Har elever som driver med snowboard og/eller skateboard, bedre forståelse av rotasjon enn elever som ikke driver med disse aktivitetene? Jeg testet elevene i fire oppgaver i rotasjon, og på den vanskeligste av disse skåret skaterne høyere enn øvrig ungdom. Det kan skyldes tilfeldigheter, men andre årsaker er også mulig. Mine data viser at de elevene som har erfaring med egne snowboard- og skateboard aktiviteter i mesorommet, gjenkjenner den todimensjonale roterte trekanten i mikrorommet like godt som sekskanten. Øvrige elever hadde 21 prosentpoeng høyere skåre på oppgaven med å gjenkjenne en rotert sekskant enn på oppgaven der det roterte objektet var en trekant. Dette kan selvsagt skyldes tilfeldigheter, men jeg antar årsaken ligger i at skaterne befinner seg på et høyere nivå enn øvrige elever (van Hiele, kapittel 2.5.1)

Jeg hadde forventninger til at skaterne skulle lykkes bedre enn øvrige elever på de to oppgavene som primært testet elevene i todimensjonal rotasjon. Elevsvarene viser at skaterne

lykkes bedre enn øvrige elever med å gjenkjenne de roterte figurene i begge oppgavene. På den enkleste av de to oppgavene bommer skaterne mer enn andre på den formelle matematiske biten, figuren roteres riktig men plasseres galt i forhold til rotasjonspunktet. Dette antar jeg det skyldes at de ikke har lært å koble kunnskapen om rotasjon til det som foregår i matematikktimene. Skaterne skårer lavere enn øvrige elever på oppgaver som krever formell matematisk kunnskap. Jeg vil hevde at skaterne har lært noe fra aktiviteten på snowboard/skateboard som de ikke har lært i matematikktimene på skolen. Jeg tror mange skatere er så fortrolige med rotasjon at de har oppnådd en kontekstfri, generalisert kunnskap (kapittel 2.12.2) om emnet.

I utgangspunktet skulle jeg undersøke skaternes forståelse av rotasjon, men jeg gjorde også funn på andre områder. I min test var det tre TIMSS-Repeat-oppgaver der skaterne skåret høyere enn gjennomsnittet, selv om de hadde signifikant lavere middel standpunktkarakterer enn gjennomsnittet, $p < 0.05$ (kapittel 9.2.1). Dette kan selvsagt skyldes tilfeldigheter, men jeg har valgt å begrunne skaternes resultater på disse oppgavene med kunnskap ervervet fra deres fysiske erfaring på skateboard i mesorommet (kapittel 2.8).

Den mest typiske skateroppgaven handlet om en sprettball som blir sluppet fra en gitt høyde. Oppgaven fantes i en litt lettere variant, også her skåret skaterne høyt. Jeg fant ingen korrelasjon mellom deltakelse i andre fysiske aktiviteter enn snowboard/skateboard utenom skoletiden og riktig løsning på disse oppgavene. Jeg tror det er slik at mange skatere har en innenfra-forståelse for denne problemstillingen på bakgrunn av sin kjennskap til øvelser i halfpipe og vert. De ser ballens bevegelser som modell for et gitt mønster.

De tre mest typiske skateroppgavene var fra emnene algebra, geometri og målinger utfra TIMSS-emneklassifisering. Oppgaven om målinger kunne like gjerne vært klassifisert til omvendt proporsjonalitet (kapittel 6.2.2). Den sistnevnte oppgaven var enkel, den ble løst riktig av om lag 90% av elevene (kapittel 9.5) og kun én skater bommet på løsningen.

De to andre oppgavene var relativt vanskelige, godt under halvparten av elevene hadde riktig løsning. Noen fellestrekk ved de to vanskeligste oppgavene (kapittel 9.3 og 9.4):

- Oppgaven fantes i to varianter, en fra TIMSS og en fra TIMSS-Repeat.
- Konteksten på TIMSS-oppgaven og TIMSS-Repeat-oppgaven var lik, men Repeatoppgaven hadde vanskeligere matematisk innhold.
- Skaterne hadde lik skåre på begge variantene av samme oppgave. Øvrige ungdommer hadde betydelig lavere skåre på Repeat-oppgavene enn på TIMSS-oppgavene.
- Skaterne og øvrige ungdommer hadde ulik fordeling av feilsvar.
- Oppgavene var ikke standardoppgaver utfra pensum i M-87.

Konklusjonen blir at skaterne lykkes godt på noen oppgaver i min test, og at jeg tror det blant annet skyldes at skaterne har lært noe fra aktiviteten på snowboard/ skateboard som de ikke har lært i matematikktimene på skolen. Et nytt spørsmål som melder seg er: *Fører aktivitet på snowboard/skateboard ukentlig eller oftere til bedre forståelse av noen matematiske emner?* Dette spørsmålet går jeg ikke nærmere inn på i denne oppgaven, men jeg mener det bør bli gjenstand for forskning i fremtiden.

I kapittel 7 fant jeg at jeg *ikke* hadde belegg i mine data for å hevde at formings elever hadde bedre romforståelse enn øvrige elever. Funn i mine data kan tyde på at skaterne har bedre rotasjonsforståelse enn øvrige elever. Jeg vil hevde det kan skyldes deres erfaring fra egen aktivitet på snowboard/skateboard i mesorommet. Et annet spørsmål som melder seg er: *Har elever som driver med fysiske fritidsaktiviteter, bedre forståelse av rotasjon enn elever som ikke driver med slike aktiviteter?* Det spørsmålet er utgangspunktet for neste kapittel i denne oppgaven.

Kapittel 10 Rotasjon, kjønn og fysisk aktivitet

Da jeg startet arbeidet med denne oppgaven, ønsket jeg å studere sammenhengen mellom utøvelse av skateboard- og snowboardaktiviteter og oppfattelse av rotasjon. I tillegg skulle jeg blant annet undersøke romforståelse hos jenter og gutter og hos elever som driver med tegning og eller formingsaktiviteter. Analysering av data førte til nye spørsmål, ett spørsmål som meldte seg var: Har elever som driver med fysiske fritidsaktiviteter, bedre forståelse av rotasjon enn elever som ikke driver med slike aktiviteter? Dette spørsmålet søker jeg å belyse i dette kapitlet.

Jeg starter kapitlet med å sammenligne resultatene fra min test med resultatene fra HEMIL-rapporten (kapittel 2.11). Jeg undersøker om frekvensen av jenters og gutters deltakelse i fysiske fritidsaktiviteter er den samme i de to utvalgene av elever. Deretter ser jeg på standpunkt karakterer og testskåre hos fysisk aktive jenter og gutter. Videre analyserer jeg testskåre på oppgaven i rotasjon (kapittel 7.1) utfra hvorvidt elevene er fysisk aktive eller ikke.

10.1 Definisjoner og avklaringer

"Fysisk aktive elever" betyr i denne oppgaven elever som driver med en eller flere fysiske aktiviteter omtrent en gang i uka eller oftere utenom skoletiden.

Lindsay A. Tartre sin beskrivelse av romforståelse (Tartre, 1993) har jeg redegjort for i kapittel 2.9. I følge hennes beskrivelse består romforståelse av både romlig visualisering og romlig orientering. Rotasjon er en del av romlig visualisering. Det betyr at en test på rotasjon og en test på romforståelse ikke er det samme.

10.2 Fysisk aktivitet og kjønn

Elevene som deltok i min test, fikk et spørsmål om aktiviteter på fritiden. Spørsmålet lød som følger: "Hvor ofte gjør du dette utenom skoletid?" Elevene fikk listet opp flere alternative aktiviteter i nevnte rekkefølge: a) spiller fotball, b) driver med skateboard/snowboard, c) driver med riding, d) driver med sport/idrett som ikke er fotball/skateboard/snowboard/riding, e) tegner/maler eller driver med annen formingsaktivitet, f) holder på med dyr, g) spiller et musikkinstrument. Det var fire svaralternativer: omtrent hver dag, omtrent en gang i uka, omtrent en gang i måneden, sjelden eller aldri.

Jeg regnet følgende aktiviteter som fysiske: fotball, snowboard/skateboard, riding og sport/idrett som ikke er fotball, snowboard/skateboard eller riding. Elever som svarte at de drev på med fysisk aktivitet omtrent en gang i uka eller oftere, definerte jeg i denne oppgaven som fysisk aktive.

Resultater fra min test viste at 70% av jentene og 87% av guttene oppga å drive med fysisk aktivitet på fritiden, minst en gang i uka eller oftere. Andelen av fysisk aktive jenter blant elevene i min test stemmer overens med resultatene fra HEMIL-rapporten (Wold m.fl, 2000). Blant guttene har jeg fått et noe høyere tall. En mulig årsak til dette er at det er større andel fysisk aktive gutter i mitt utvalg enn i utvalget som dannet grunnlaget for HEMIL-rapporten. En annen mulig årsak er at spørsmålene i HEMIL-rapporten og i min test var utformet ulikt. Analysene i HEMIL-rapporten bygger på elevsvar på et spørsmål om deltakelse i sport/idrett. Jeg vet ikke hvorvidt elever som driver med snowboard og skateboard selv definerer de aktivitetene som sport eller idrett. Kun en håndfull jenter svarte at de daglig driver med snowboard/skateboardaktiviteter. Blant guttene var resultatet derimot hele fjorten prosent (47 av 330 gutter).

Både HEMIL-rapporten og min test viser at det er større andel av guttene enn av jentene som er fysisk aktive. Det fremgår av HEMIL-rapporten at jo mer tid som går med til fysisk aktivitet utenom skoletiden, jo større er gutteandelen blant elevene.

10.3 Fysisk aktivitet og matematikk

10.3.1 Matematikkskåre

Jeg ønsket å undersøke de fysisk aktive elevenes matematikk-kunnskaper. Utfra tabell 10.1 ser vi at de fysisk aktive elevene hadde høyere middel testskåre og høyere middel standpunkt-karakterer enn de ikke-aktive av samme kjønn. De fysisk aktive jentene er den gruppen som har best standpunktkarakterer, mens de fysisk aktive guttene skårer høyest på testen.

	Testskåre			Standpunktkarakterer		
	Middel-verdi	N	Standard-avvik	Middel-verdi	N	Standard-avvik
fysisk aktiv jente	16,7	213	4,72	3,18	205	0,79
ikke aktiv jente	16,0	90	4,67	3,01	85	0,79
fysisk aktiv gutt	17,9	289	5,60	3,12	281	0,82
ikke aktiv gutt	17,1	43	6,20	3,05	43	0,87
Total	17,2	635	5,27	3,12	614	0,81

Tabell 10.1 Testskåre og standpunktkarakterer (middelverdi) for fysisk aktive og fysisk ikke-aktive jenter og gutter.

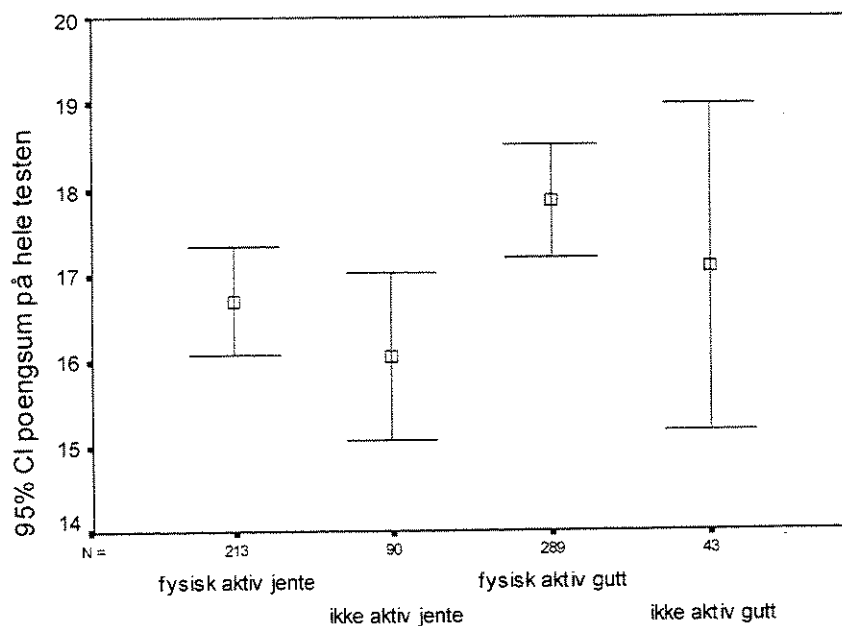
Figur 10.1 viser at de fysisk aktive guttene skårer høyere enn jentene og de skårer signifikant høyere enn de fysisk ikke-aktive jentene. Mens det var de fysisk aktive jentene som hadde best standpunktkarakterer, så var det de fysisk aktive guttene som skåret høyest på testen. Det var ikke så uventet, all den tid guttene skåret høyere enn jentene på testen i sin helhet (kapittel 6.1.1). Dette antar jeg skyldes utvalget av oppgaver i testen (kapittel 5.4).

10.3.2 Tredimensjonal rotasjon

Det var to oppgaver i tredimensjonal rotasjon med i testen (figur 4.1), en TIMSS-oppgave og en oppgave fra TIMSS-Repeat. Samtlige elever løste en slik oppgave og om lag $\frac{3}{4}$ av elevene leverte riktig svar. Jeg slo sammen resultatene for de to oppgavene og sammenlignet testskåre blant de fysisk aktive og de fysisk ikke-aktive elevene. Da fant jeg at forskjellen i skåre mellom de fysisk aktive og de ikke-aktive på denne oppgaven var 8 prosentpoeng. Dette var ikke urimelig mye, all den tid de fysisk aktive både hadde høyere standpunktkarakterer og høyere testskåre enn øvrige ungdommer, slik tabell 10.1 viser.

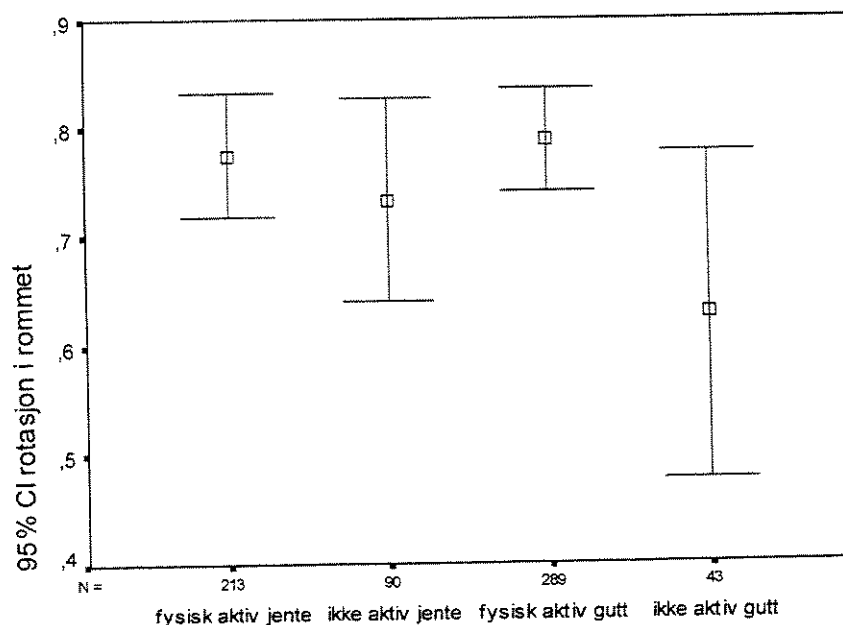
Når jeg vurderer resultatene på disse to oppgavene utfra både kjønn og deltagelse i fysiske fritidsaktiviteter, finner jeg at de fysisk aktive elevene av begge kjønn jevnt over skårer høyt. Vi ser av figur 10.2 at de fysisk ikke-aktive elevene har lavere middelverdi og større spredning av resultater på denne oppgaven. De fysisk ikke-aktive guttene skiller seg spesielt negativt ut her. Det er verd å merke seg at de fysisk ikke-aktive guttene hadde høyere middel skåre på testen enn jentene (tabell 10.1).

På oppgavene i tredimensjonal rotasjon fant jeg *ikke* forskjeller i skåre mellom jenter og gutter. Det er også verd å merke seg følgende: Begge guttene som hadde Lg i standpunkt, var fysisk aktive og begge hadde riktig løsning på disse oppgavene. Blant de 104 fysisk aktive elevene med Ng i standpunktkarakter fant jeg følgende: 63% av jentene og 65% av guttene hadde riktig løsning på disse oppgavene. Dette er et enkeltresultat som kan skyldes tilfeldigheter, og av den grunn må tillegges mindre verdi. Det kan også skyldes at disse elevene har lært noe fra sin deltagelse i fysiske aktiviteter som de ikke har lært i matematikktimene.



FYSKJONN

Figur 10.1 Poengsum på testen utfra kjønn og hvorvidt elevene driver med fysiske fritidsaktiviteter eller ikke. Konfidensintervall 95%.



FYSKJONN

Figur 10.2 Testresultater på oppgavene med rotasjon i rommet utfra kjønn og hvorvidt elevene driver med fysisk aktivitet eller ikke.

10.3.3 Todimensjonal rotasjon

I dette avsnittet ser jeg etter korrelasjon mellom utøvelse av fysiske aktiviteter, kjønn og skåre på de to oppgavene om rotasjon i planet (TIMSS-oppgave M 05 og TIMSS-Repeat-oppgave M 022105). Tabell 6.2 i kapittel 6.1.3 viser at dette var gutteoppgaver i min test. I kapittel 9.3.2 viste jeg hvordan skaterne (kapittel 2.11.1) lyktes med disse oppgavene. De tre

oppgavene som både testet på rotasjon og på formell matematisk kunnskap, holdt jeg utenfor disse analysene.

Oppgaven fra TIMSS var med i to av heftene i min test, mens TIMSS-Repeat-oppgaven kun var med i ett av heftene. Det var 195 elever som løste TIMSS-Repeat-oppgaven. Det betyr at resultatene fra den oppgaven alene har mindre informasjonsverdi.

Tabell 10.2 viser at de fysisk aktive elevene av begge kjønn skårer høyere enn de ikke aktive på disse oppgavene i denne testen. Forskjellene blir større når oppgavene blir vanskeligere. På den vanskeligste av disse oppgavene ser vi at forskjellen i middel skåre er om lag 20 prosentpoeng for begge kjønn. De fysisk aktive elevene hadde imidlertid høyere middel testskåre og høyere standpunkt karakterer enn øvrige elever, og det var færre elever som løste den vanskeligste av disse to oppgavene.

De fysisk aktive elevene har gjennomgående høyere skåre enn de ikke-aktive av samme kjønn på disse oppgavene. En innvending mot disse resultatene er at de fysisk aktive elevene av begge kjønn skåret høyere enn de ikke-aktive på testen i sin helhet, og de hadde høyere standpunkt karakterer. Derfor kan jeg i utgangspunktet ikke konkludere med annet enn at de flinkeste elevene lykkes best på noen enkeltoppgaver i testen. I praksis betyr dette at min test ikke var et velegnet redskap for å undersøke hvorvidt de fysisk aktive elevene hadde bedre forståelse for rotasjon enn øvrige elever.

		persipert rotasjon i planet oppgavene slått sammen	180grader trekant M 022105 TIMSS-R	180grader sekskant M 05 TIMSS
fysisk aktiv jente	middelverdi	0,498	0,418	0,534
	N	213	67	146
	standardavvik	0,501	0,497	0,501
ikke aktiv jente	middelverdi	0,411	0,214	0,500
	N	90	28	62
	standardavvik	0,495	0,418	0,504
fysisk aktiv gutt	middelverdi	0,602	0,500	0,645
	N	289	86	203
	standardavvik	0,490	0,503	0,480
ikke aktiv gutt	middelverdi	0,488	0,308	0,567
	N	43	13	30
	standardavvik	0,506	0,480	0,504
Total	middelverdi	0,532	0,418	0,583
	N	635	194	441
	standardavvik	0,499	0,494	0,494

Tabell 10.2. Løsning av de todimensjonale oppgavene i rotasjon utfra kjønn og regelmessig deltakelse i fysiske aktiviteter utenom skoletiden.

10.3.4 Alder

Elevene som deltok i min test, var siste årskull som ble undervist etter M-87. Elevene som deltok i TIMSS-undersøkelsen, ble også undervist etter M-87. Oppgavene i rotasjon testet på stoff som ikke inngikk i matematikpensum utfra M-87 (kapittel 7.2.1). Til tross for dette synes det å være en tendens til at elevene skårer høyere på oppgaven i todimensjonal rotasjon jo eldre de blir. Tabell 10.3 viser jenters og gutters skåre fra TIMSS og fra min test på denne oppgaven. Av tabellen ser vi at det er en merkbar økning fra 7. til 8.klassetrinn, deretter er det ingen merkbar økning, bortsett fra blant guttene som deltok i min test. HEMIL rapporten

(figur 2.10) viser at det er en merkbar øking i andelen fysisk aktive elever fra 6. til 8.klassetrinn, og deretter avtar andelen fysisk aktive elever blant begge kjønn. Linn & Hyde (kapittel 2.9.2) hevder at det er korrelasjon mellom deltakelse i fysisk aktivitet og forståelse av rotasjon. Etter min oppfatning stemmer tallene i tabell 10.3 og figur 2.10 overens med det Linn & Hyde hevder.

TIMSS M05	7.kl TIMSS hovedtest	8.kl TIMSS hovedtest	9.kl TIMSS tilleggstest	10.kl min test
Totalt	47	54	57	58
Jenter	43	55	56	52
Gutter	50	54	57	64

Tabell 10.3. Ulike aldersgruppers skåre på den enkleste av oppgavene i rotasjon, M05 fra TIMSS. Oppgaven ble gitt til om lag 400 elever i min test.

10.4 Fysisk aktivitet eller kjønn?

Oppgavene i rotasjon med tredimensjonale figurer ble løst riktig av flere elever enn oppgavene med todimensjonale figurer, slik det fremgår av tabell 10.4. Jeg tror en mulig forklaring til dette ligger i at elevene er vant til å omgås tredimensjonale roterte figurer i sitt mesorom (kapittel 2.8) til daglig. Disse figurene oppleves som konkrete av mange elever. De todimensjonale figurene er til en viss grad abstrakte avbildinger av kjente figurer fra elevenes tredimensjonale mesorom.

Forskjellen i skåre mellom jenter og gutter var større på oppgavene om gjenkjenning av todimensjonale enn tredimensjonale roterte figurer, dette fremgår av tabell 10.4. Forskjellene i skåre mellom kjønnene økte når oppgavene ble vanskeligere. Jeg ser to mulige forklaringer til dette. Den ene er kort og godt at gutter har bedre forståelse av rotasjon enn jenter. Den andre forklaringen støtter seg på Linn & Hyde (kapittel 2.9.2), som hevder at det er korrelasjon mellom deltakelse i fysisk aktivitet og forståelse av rotasjon. Blant elevene som deltok i min test, oppga 70% av jentene at de var fysisk aktive (10.1 og 10.2), mens hele 87% av guttene oppga det samme. På denne bakgrunnen vil det være rimelig å forvente at guttene i min test skårer høyere enn jentene på oppgaver som tester på forståelse av rotasjon - ikke nødvendigvis fordi de er gutter, årsaken kan like gjerne være at flere gutter enn jenter er fysisk aktive.

Det finnes elever som ikke er fysisk aktive og som lykkes med disse oppgavene. De fysisk aktive har gjennomgående høyere skåre enn de ikke-aktive på disse oppgavene, uansett kjønn. Dette fremgår til dels av figur 10.2. Det er få fysisk aktive elever som mislykkes på oppgavene i rotasjon.

TIMSS og TIMSS-Repeat slått sammen	persipert rotasjon i planet oppgave M 05 fra TIMSS eller M 022105 fra TIMSS-R			persipert rotasjon i rommet oppgave K 03 fra TIMSS eller M 022049 fra TIMSS-R		
	middelverdi	N	st. avvik	middelverdi	N	st. avvik
Kjønn						
Jenter	47	303	50	76	303	43
Gutter	59	332	49	77	332	42
Total	53	635	50	77	635	42

tabell 10.4. Jenters og gutters skåre på de to typene rotasjonsoppgaver. Samtlige elever som deltok i testen, løste en oppgave av hver type.

10.4.1 Spørsmål og svar

Dette kapitlet ble innledet med følgende spørsmål: Har elever som driver med fysiske fritidsaktiviteter, bedre forståelse av rotasjon enn elever som ikke driver med slike aktiviteter? Når jeg ser etter faktorer som korrelerer med høy poengskåre, viser det seg i denne testen at det er korrelasjon mellom jevnlig (minimum ukentlig) fysisk aktivitet utover gymtimene på skolen og riktig løsning på oppgaver som tester elevene i todimensjonal rotasjon (kapittel 10.3.3). Denne forskjellen forsterkes når oppgavene blir vanskeligere (tabell 10.4). De fysiske aktive elevene skåret høyere enn de ikke-aktive på testen, og guttene skåret høyere enn jentene. Av den grunn kunne jeg forvente at de fysiske aktive guttene også ville skåre høyere enn øvrige elever på de vanskeligste enkeltoppgavene. Dette innebærer at min test ikke var et velegnet redskap til å måle sammenheng mellom deltakelse i fysisk aktivitet, kjønn og skåre på oppgaver i rotasjon.

Linn & Hyde (kapittel 2.9.2) hevder at det er sammenheng mellom deltakelse i fysisk aktivitet og forståelse av rotasjon. HEMIL-rapporten (kapittel 2.11) viste at flere gutter enn jenter er fysisk aktive. Blant elevene som deltok i min test, var det større andel fysiske aktive gutter enn jenter, forskjellen var større blant mitt utvalg av elever enn blant elevene som dannet grunnlaget for HEMIL-rapporten. Jeg fant at de fysiske aktive guttene skåret høyest på oppgavene i rotasjon, forskjellen i skåre ble større når oppgavene ble vanskeligere. Jeg tror dette i større grad skyldes at de er fysiske aktive enn at de er gutter.

Jeg gjorde følgende funn blant de fysiske aktive elevene:

- større andel gutter enn jenter
- høyere middel testskåre enn blant de ikke-aktive elevene
- høyere skåre på oppgavene i rotasjon enn blant øvrige elever

All den tid de fysiske aktive elevene skåret høyere enn øvrige elever på testen, var det forventet at de også skåret høyere enn andre på oppgavene i rotasjon. Det som er sikkert, er at på min test skåret de fysiske aktive elevene høyere enn øvrige elever, og guttene skåret høyere enn jentene. Min test kan ikke legges til grunn for å si noe om hvorvidt de fysiske aktive guttene skårer høyere på oppgavene i rotasjon fordi de er fysiske aktive, fordi de er gutter eller fordi de skårer høyere på testen i sin helhet.

Del D

Oppsummering

Kapittel 11 Oppsummering og konklusjoner

Innledningsvis stilte jeg følgende forskningsspørsmål (kapittel 1.3):

1. Fører endringer i kontekst i matematikkoppgaver til endring i frekvens av riktige og gale svar hos jenter og gutter?
2. Har elever som driver med formingsaktiviteter, bedre romforståelse enn elever som ikke driver med slike aktiviteter?
3. Har jenter og gutter like god romforståelse?
4. Har elever som driver aktivt med snowboard og/eller skateboard, bedre forståelse av rotasjon enn elever som ikke driver med disse aktivitetene?

Disse fire spørsmålene ønsket jeg å belyse ved å analysere det innsamlete datamaterialet. I tillegg dukket det opp nye spørsmål underveis. To av dem har jeg gått nærmere inn på:

5. Fins det fellestrekk ved oppgaver som jenter som driver med tegning og forming, lykkes med?
6. Har elever som driver med fysiske fritidsaktiviteter bedre forståelse av rotasjon enn elever som ikke driver med slike aktiviteter?

Mine svar på disse seks spørsmålene oppsummeres i dette kapitlet.

Elevene som deltok, ble testet i matematikkoppgaver fra TIMSS med spesiell vekt på oppgaver i rotasjon. Testen inneholdt flere oppgaver der det matematiske innholdet var noenlunde likt mens konteksten varierte (kapittel 4.2 og 5.4). I tillegg tok jeg med noen typiske jente- og gutteoppgaver, utfra betegnelsene i Lie, Kjærnsli & Brekke (1997), (kapittel 6.1). Elevene ble også spurt om fritidsaktiviteter og kjønn.

I dette kapitlet skal jeg sammenholde de empiriske funnene med de teoretiske drøftingene, og antyde hvordan de samlet kan peke i retning av faktorer som er viktige for barn og ungdoms tilegning av geometrisk og annen matematisk kunnskap. Jeg vil også peke på noen nye spørsmål som jeg mener bør bli gjenstand for videre forskning.

Definisjoner og betegnelser

Jeg har benyttet følgende definisjoner og betegnelser i denne oppgaven:

En *skater* er en ungdom som driver med snowboard og/eller skateboard omtrent en gang i uka eller oftere utenom skoletiden (kapittel 2.11.1).

Å *drive med en aktivitet* er ensbetydende med å drive med aktiviteten omtrent en gang i uka eller oftere utenom skoletiden (kapittel 7.1).

Fysisk aktive elever betyr elever som driver med en eller flere fysiske aktiviteter omtrent en gang i uka eller oftere utenom skoletiden (kapittel 10.1.1).

Formingsjenter betyr jenter som driver med tegning og/eller forming. På tilsvarende vis omfatter *formings elever* både jenter og gutter som driver med tegning og/eller forming omtrent en gang i uka eller oftere utenom skoletiden (kapittel 7.1).

Jenteoppgaver er brukt som betegnelse på oppgaver der jentene gjør det bedre enn guttene. På tilsvarende vis er *gutteoppgaver* er brukt om oppgaver der guttene gjør det bedre enn jentene (kapittel 6.1).

Skateroppgaver er brukt som betegnelse på oppgaver der skaterne gjør det bedre enn ikke-skaterne (kapittel 9.1).

Visuell erfaring er erfaring som hovedsakelig baserer seg på synsinntrykk (kapittel 1.3).

Perseptuell erfaring er erfaring som baserer seg på inntrykk fra en eller flere sanser (kapittel 9.3.2).

11.1 Oppsummering av oppgavens teoridel

Jeg har sett på teorier om persepsjon, læring og geometri, blant annet teorier av Norwood Russel Hanson (kapittel 2.2, 2.3 og 2.4.5), Jean Piaget (kapittel 2.4.3, 2.4.4, 2.6, 2.6.3 og 2.7), Pierre og Dina van Hiele (kapittel 2.5) og Lev Vygotskij (kapittel 2.4.1, 2.4.3 og 2.7.2). Jeg har vurdert teorier av Russel Hanson, Piaget, Vygotskij og van Hiele i forhold til hverandre (kapittel 2.4.1, 2.4.3, 2.5.2, 2.6, 2.6.1 og 2.7.1).

Vygotskij sier at begrepsdannelsen skjer ved at barnets spontane begreper møter de voksnes vitenskapelige begreper. **Piaget** sier at barnet selv konstruerer sine begreper. **van Hiele og van Hiele** sier at det eksisterer diskrete tankenivåer, og at framgang fra et nivå til det neste er mer avhengig av instruksjon enn av alder og modenhet. **Russel Hanson** sier at det å se handler *både* om umiddelbar tolking (styrt av intellektet) og om erfaring, og han skiller mellom "se som" og "se at". Et lite barn vil *se* denne siden *som* masse svarte prikker og streker på et ark, mens leseren vil *se* det samme *som* tekst. Brua mellom visuelle bilder og verbalt språk består av *se at*. Russel Hanson beskriver den intellektuelle prosessen som foregår ved læring av begreper. Han sier at de almene begrepene som benyttes for å si noe om "hva man ser" ikke kommer innenfra første-personen, men utenfra fra andre-person eller tredje-person.

Konkretisering

Ofte er det slik at elevene lager en konkret figur og betrakter den som et eksempel, mens læreren forventer at elevene betrakter figuren som en representant for en klasse av figurer (Berthelot & Salin kapittel 2.8.1, van Hiele kapittel 2.5.1).

Eleven erverver ikke en skikkelig begrepsforståelse kun av å betrakte figuren og lære navnet på den (kapittel 2.6.1). Eleven må også gis mulighet til å oppleve figuren, først i en kjent kontekst og deretter i varierte kontekster (kapittel 2.4.2, 2.6.1 og 2.12.2).

I dagens norske skole sier en uskreven regel at elevene tegner eller lager figurer for å lære bedre. Vi lærere betrakter ofte dette som konkretisering, mens det i mange situasjoner egentlig er abstrahering (kapittel 2.8). Resultatene fra TIMSS og fra min test kan tyde på at det faller vanskeligere for elevene å tolke rotasjon i det todimensjonale planet enn i det tredimensjonale rommet (kapittel 10.3.3). Elevenes erfaringer fra det tredimensjonale mesorommet er konkrete. Når et tredimensjonalt bilde projiseres i et todimensjonalt plan, foretas en mental transformasjon (kapittel 2.9.1).

Mikro-, meso- og makrorommet

I kapittel 2.8 diskuterer jeg hvordan elevenes dagligliv finner sted i tre ulike rom:

Mikrorommet - der eleven vanligvis lærer skolegeometri (figurer i boka, m.m).

Mesorommet - der de fleste av elevens nære rom-interaksjoner foregår.

Makrorommet - den ukjente byen, havet, fjellet m.m

Den rom-representasjonen som elevene lærer seg utenom skoletid, er ikke direkte overførbar til elementær geometri. I grunnskolen tegner elevene geometriske figurer, de benytter mikroromrepresentasjonen. Figurer som elevene lager innenfor tegning og forming er oftest i mikroformat på det todimensjonale papiret. Elever som driver på med fysisk aktivitet, møter geometrien i det tredimensjonale mesorommet.

Romforståelse er forklart som et sammensatt begrep, vist ved figur 2.8 i kapittel 2.9.1. Romforståelse kan deles i romlig *visualisering* og romlig *orientering*. Mental rotasjon er en del av romlig visualisering. En annen del av romlig visualisering er mental transformasjon. Den romlige orienteringen omhandler enkeltelementenes relasjon til helheten samt organisering av helheten.

Lek og idrett

Barn lærer gjennom lek. Barnets romforståelse konstrueres gjennom økende organisering av barnets motoriske og indre handlinger (kapittel 2.7.1). Når barna blir tenåringer, leker de ikke så mye, mange driver idrett og trener. Snowboarderne trener ikke, de kjører og leker (kapittel 2.10.1). *"Det blir viktig å trekke frem matematikken i leken, for å få øye på barnas matematikkunnskaper; at de har matematikkunnskaper som de bruker i sin lek"*. (Fauskanger, 1996, s360)

Kontekst

Kunnskap som blir anvendt i en situasjon, behøver ikke nødvendigvis kunne generaliseres og overføres til andre situasjoner. Kunnskap som ikke kan overføres til andre situasjoner, kalles kontekstavhengig (kapittel 2.12). Eleven tilegner seg ny kunnskap innenfor en (som oftest) kjent kontekst. Det å erfare ny kunnskap i ulike kontekster er veien å gå for å oppnå kontekstfri, generalisert kunnskap. På dette viset økes også elevens kreativitet (kapittel 2.6.3).

11.2 Oppsummering av oppgavens empiridel

Selv om resultatene fra min test stemmer godt overens med resultatene fra TIMSS, må jeg gjøre oppmerksom på at langt færre elever deltok i min test enn i TIMSS hovedundersøkelse. I TIMSS tilleggstest for 9.klasse deltok om lag 200 elever av hvert kjønn, mens det i min test deltok om lag 300 elever av hvert kjønn. Mitt utvalg av elever var heller ikke like representativt som utvalget av elever i TIMSS hovedtest (kapitlene 4.4 og 5.1). Dette innebærer at selv om jeg finner signifikante forskjeller, kan jeg ikke tolke mine resultater som annet enn tendenser.

Tilfeldigheter kan føre til avvikende svar, særlig på enkeltoppgaver. Det er spesielt viktig å ta hensyn til dette når jeg deler opp elevene i mindre grupper utfra kjønn og deltakelse i ulike fritidsaktiviteter (kapittel 5.3.1 og 7.2).

11.2.1 Kontekst, kjønn og matematikkoppgaver

Forskingsspørsmål nummer 1 var om endringer i kontekst i matematikkoppgaver fører til endring i frekvens av riktige og gale svar hos jenter og gutter. Jeg vil være forsiktig med å legge vekt på resultater på enkeltoppgaver. Det interessante er at jeg vil hevde det er en viss sammenheng mellom resultatene på flere oppgaver.

Prisøking og reduksjon av reisetid

Resultater fra TIMSS tyder på at prosentoppgaver er oppgaver der guttene generelt gjør det bedre enn jentene. En slik oppgave i TIMSS-undersøkelsen gikk ut på å finne prosentvis prisøking for en vare, dette var en gutteoppgave i min test også (kapittel 6.2.1). Oppgaven hadde to varianter i TIMSS-Repeat:

Variant nummer én av oppgaven var svært lik originalen, elevene skulle finne prosentvis prisøking for blyanter. Dette var en gutteoppgave. Guttene skåret drøyt 10 prosentpoeng høyere enn jentene på disse prosentoppgavene.

Variant nummer to av oppgaven hadde en helt annen kontekst. Elevene skulle ikke beregne prosentvis reduksjon i pris på ett-eller-annet, de skulle beregne prosentvis reduksjon i reisetid mellom to byer etter at det ble bygget en ny motorvei. Å finne prosentvis reduksjon er trolig omtrent like vanskelig som å finne prosentvis øking, slik jeg ser det ligger hovedforskjellen mellom oppgavene i konteksten. På denne oppgaven skåret guttene 29 prosentpoeng høyere enn jentene, forskjellen i skåre mellom jenter og gutter var signifikant, $p < 0.005$ (kapittel 6.2.1).

I oppsummeringen fra TIMSS-undersøkelsen for trettenåringer (Lie, Kjærnsli & Brekke, 1997) antydes det at kontekster som omhandler biler, hastighet og bremselengde kan være en mer typisk gutte- enn jentekontekst. Jeg fant at når prosentregning ble satt inn i konteksten bilkjøring, ble forskjellen i skåre mellom jenter og gutter betydelig større enn forskjellen på øvrige prosentoppgaver. Dette resultatet støtter opp om antagelsen fra TIMSS om at kontekster som omhandler biler, hastighet og bremselengde kan være en mer typisk gutte- enn jentekontekst.

Menneskeskritt og bilkjøring

Jeg vil nå oppsummere *tre oppgaver* som har noenlunde likt matematisk innhold, omvendt proporsjonalitet, mens oppgavenes kontekst er svært ulik. (kapitlene 6.2.2 og 9.5). Disse tre oppgavene blir også diskutert i 11.2.4 der jeg diskuterte skaternes skåre på oppgavene.

De to første oppgavene hadde lik kontekst: Fire personer skritter opp et rom. I den ene oppgaven er skrittlengden oppgitt, og i den andre oppgaven er antall skritt oppgitt. De impliserte personene var to av hvert kjønn i den ene oppgaven og fire jenter i den andre oppgaven. Jenter og gutter hadde lik skåre på begge oppgavene. Det hadde ikke betydning for verken gutters eller jenters frekvens av riktige løsninger hvorvidt personene i oppgaven var to av hvert kjønn eller bare jenter (kapittel 9.5.1).

TIMSS-varianten av disse oppgavene ble kategorisert til å høre hjemme i gruppen målinger. Jeg ville heller sagt at den handlet om omvendt proporsjonalitet, fordi antall skritt er omvendt proporsjonalt med skrittlengden.

Konteksten i den tredje oppgaven var bilkjøring, hvilken bil brukte kortest tid fra A til B når bilenes hastigheter var oppgitt? På denne oppgaven skåret guttene signifikant høyere enn jentene, $p < 0.05$ (kapittel 6.2.2).

Jenter og gutter skåret likt på skrittmålingsoppgavene, men når konteksten var bilkjøring, skåret guttene høyest. Dette resultatet støtter også opp om antagelsen fra TIMSS om at kontekster som omhandler biler, hastighet og bremselengde kan være en mer typisk gutte- enn jentekontekst.

Biler i ro og i bevegelse

I oppsummeringen fra TIMSS populasjon 2 (Lie, Kjærnsli & Brekke 1997), kommer det fram at jenter kan se ut til å lykkes dårlig på oppgaver med bremselengder og fart på biler. Jeg fant at jentene synes å lykkes dårlig når oppgavekonteksten var reisetid for en buss på en motorvei og når den var hastighet på biler (kapittel 6.2.1).

I min test inngikk en oppgave der elevene skulle gjøre overslag over antall biler på en parkeringsplass. Jenter og gutter hadde like skåre på den oppgaven. Bilene sto i ro. Når konteksten var biler som ikke er i bevegelse, var det ingen forskjell i skåre hos jenter og gutter. På oppgavene tidligere i dette avsnittet var bilene i bevegelse, og da skåret guttene høyere enn jentene.

Hastighet og kontekst

Dagens fjortenåringer har ikke førerkort. Mange jenter drømmer om å være passasjer hos den utvalgte drømmepinsen, ikke om å være sjåfør. De fleste ungdomsskoleelevene mangler en innenfra-forståelse (kapittel 2.2.3) for hva bilkjøring handler om.

En måte å skaffe seg lignende erfaring på, er å simulere bilkjøring ved hjelp av playstation og pc-spill. Min erfaring så langt er at playstation er en gutteleke. Mange gutter veksler mellom ulike playstationspill, der konteksten enten er skyting eller bilkjøring. Så vidt jeg vet, spiller jenter flest slike spill en gang i blant, mens mange gutter har dilla på slike spill i lange perioder. En annen form for erfaring fra bilkjøring innehar de guttene som har fått sitte på pappas fang og kjøre bil. Jeg vet ikke om ett eneste tilfelle der ei jente har fått forsøke det samme. Jeg tror vi gjør norske ungdomsskoleelever en tjeneste ved å introdusere dem for regning med fart og tid uten å komme trekkende med bilene. Etter min oppfatning er bilkjøringsoppgaver velegnet for voksne og ikke uten videre for ungdomsskoleelever.

Da Piaget undersøkte barns oppfattelse av hastighet, benyttet han så vel dukker, biler og andre gjenstander (kapittel 6.2.6). De mannlige danske oversetterne av Piagets bok omtaler gjenstandene som "biler", de refererer av en eller annen grunn kun delvis til det kontekstmangfoldet som Piaget benyttet seg av.

Funn i mine data tyder på at endring i kontekst på matematikkoppgaver i noen sammenhenger kan føre til endring i frekvens av riktige og gale svar hos jenter og gutter. Gutter skårer høyere enn jenter på to oppgaver i prosentregning når konteksten er prisen på ulike varer. Når konteksten i prosentoppgaven er reisetid på en motorvei, er forskjellen i skåre mellom kjønnene betraktelig større. Jenter og gutter skårer likt på to oppgaver i omvendt proporsjonalitet når konteksten er mennesker som går på beina. Når konteksten i en slik oppgave er bilkjøring, skårer guttene betydelig høyere enn jentene.

Følgende spørsmål bør undersøkes nærmere ved en senere anledning: *Skårer gutter høyere enn jenter på matematikkoppgaver som omhandler kjøretøyer i bevegelse?*

11.2.2 Formingsaktiviteter, kjønn og romforståelse

Forskningsspørsmål 2 dreide seg om hvorvidt elever som driver med formingsaktiviteter, har bedre romforståelse enn elever som ikke driver med slike aktiviteter. Forskningsspørsmål nummer 3 var om jenter og gutter har like god romforståelse. Fire av oppgavene testet elevene i rotasjon og to av oppgavene testet elevene i mental transformasjon. Kun to av oppgavene testet elevene i romlig orientering.

Formingselevne skåret lavere enn øvrige elever på to av oppgavene i rotasjon. På de seks øvrige romforståelsesoppgavene (kapittel 7.1) i testen fant jeg ikke korrelasjon mellom deltakelse i formingaktiviteter og riktig løsning. Jeg finner ikke belegg i mine data for å hevde at elever som driver med formingsaktiviteter på fritiden har verken bedre eller dårligere romforståelse enn øvrige elever.

Jenter og gutter skåret likt på de to oppgavene i tredimensjonal rotasjon (kapittel 7.3.1). De to oppgavene i todimensjonal rotasjon var gutteoppgaver (kapittel 7.3.2) i min test. I kapittel 2.9.2 refererer jeg til Linn & Hyde som hevder at der er forskjell mellom kjønnene i oppfattelse av mental rotasjon, og at det er korrelasjon mellom oppfattelse av mental rotasjon og deltakelse i fysisk aktivitet. HEMIL-rapporten (Wold m.fl, 2000) dokumenterer at det er større andel gutter enn jenter som driver med fysisk aktivitet på fritiden. På den bakgrunn mener jeg det er rimelig å forvente at gutter skårer høyere enn jenter på oppgaver som tester elevene i mental rotasjon. Dette kommer jeg tilbake til i 11.2.5 når jeg drøfter de fysisk aktive elevenes skåre på oppgavene i rotasjon.

De to oppgavene om mental transformasjon var klare jenteoppgaver (kapittel 7.4) både i TIMSS og i min test. Mental transformasjon er et element i romforståelse på linje med mental rotasjon (kapittel 2.9.1). Veving er en typisk kvinneaktivitet og jeg konstaterer at evnen til mental transformasjon er nødvendig for å kunne sette opp en vev. Mange ungdomsskolejenter liker å gå i klesbutikker. Evnen til mental transformasjon er nødvendig for å kunne se om et plagg på en kleshenger passer til en tredimensjonal person, eller hvorvidt et plagg som er passe stort til en person også vil passe til en annen. Av den grunn ble jeg ikke overrasket over at jentene skåret høyere enn guttene på oppgavene i mental transformasjon.

Den ene lappeteknikkoppgaven var en gutteoppgave i min test (kapittel 7.5). Den andre lappeteknikkoppgaven var en jenteoppgave i TIMSS, mens jenter og gutter skåret likt på min test. Disse forskjellene skyldes trolig tilfeldigheter.

Jeg har ikke belegg i mine data for å hevde at det ene kjønn har bedre romforståelse enn det andre. Dette samsvarer med følgende konklusjon fra TIMSS hovedundersøkelse: *"Vi vil hevde at disse TIMSS-resultatene i geometri er med på å utfordre påstandene om kvinnens såkalte manglende evne til visuell analyse i tre dimensjoner."* (Lie, Kjærnsli & Brekke, 1997, s77).

På bakgrunn av at gutter lykkes bedre enn jenter på noen oppgaver i rotasjon, mens jenter lykkes bedre enn gutter på noen oppgaver i transformasjon, stiller jeg følgende spørsmål: *Har jenter og gutter ulik romforståelse?* Spørsmålet er interessant og fortjener en nærmere undersøkelse, selv om min test inneholdt få oppgaver og utvalget av elever ikke var like representativt som utvalget av elever i TIMSS-undersøkelsen.

11.2.3 Formingsjenter og mønsterkunnskap

Innledningsvis i oppgaven stilte jeg forskningsspørsmålet: Fins det fellestrekk ved matematikk-oppgaver som jenter som driver med tegning og forming, lykkes med? Formingsjentene viste seg å lykkes med flere oppgaver. Mønsterborder er mange formingsjenter fortrolige med, de kjenner igjen mønstre og de komponerer egne border utfra fragmenter av kjente mønstre. Mine resultater kan tyde på at jentene, og da spesielt formingsjentene, skårer høyere enn øvrige elever på oppgaver som omhandler mønster og mønsterforståelse (kapittel 8.2).

Formingsguttene (kapittel 7.1) utgjorde en svært liten gruppe slik at jeg ikke kunne vektlegge deres testresultater på enkeltoppgaver. De hadde i tillegg stor spredning av resultater på testen. Når jeg studerte testresultater hos øvrige elever utfra hvorvidt de var fysisk aktive og/eller formingselever, fant jeg følgende: De fysisk aktive guttene som ikke var formingselever, skåret høyest. De hadde middel testskåre på 18,1. Disse 251 guttene skåret signifikant høyere på testen enn de 37 formingsjentene som ikke var fysisk aktive. De fysisk ikke-aktive formingsjentene skåret lavest, med middel testskåre på 15,7. Det kan synes som om min test favoriserer de fysisk aktive guttene, mens formingsjentene har dårligst muligheter til å lykkes.

En tredel av alle jentene som deltok i testen, var formingsjenter. I testen var det til sammen kun tre jenteoppgaver. Formingsjentene lyktes godt med flere oppgaver enn de tre.

Sprettballoppgavene handlet om å finne tilbakelagt strekning for en sprettball tredje gang den traff bakken. Formingsjentene lyktes godt med disse oppgavene, dette kan selvsagt skyldes tilfeldigheter. Jeg tror årsaken er at bevegelsene til en sprettball som slippes, er lik en mønsterbord. Mønsteret på denne borden går som følger: opp-og-ned, finn halvparten, opp-og-ned, finn halvparten, osv.

En vanskelighet med sprettballoppgaven er at ballens bevegelse starter midt i mønsteret med "- og-ned", lik en opptakt til et musikkstykke. Mange av jentene har tegnet border i årevis og har erfaring med border i ulike kontekster. De *ser at* (kapittel 2.2.2) bevegelsen er lik en mønsterbord, selv om denne borden starter "oppe". Disse jentene har så bred og variert erfaring med mønster og mønsterborder at dette er blitt kontekstfri, generalisert kunnskap (kapittel 2.12.2) for flere av dem.

Funksjoner der det hele tallet x avbildes i det hele tallet y , følger et mønster. To av jenteformingsoppgavene (kapittel 8.1) i testen lød: "Gitt en tabell som viser en bestemt sammenheng mellom x og y . Finn den y -verdien som mangler." I oppgavene ble elevene presentert for tabellene i henholdsvis figur 11.1 a og 11.1 b. På den første av disse oppgavene skåret formingsjentene 7 prosentpoeng høyere enn øvrige elever, på den andre oppgaven skåret de 11 prosentpoeng høyere enn øvrige elever.

x	y
2	5
3	7
4	?
7	15

Figur 11.1 a. Tabellen vist i M 022041 fra TIMSS-R

x	y
1	1
2	?
4	7
7	13

Figur 11.1 b. Tabellen vist i J 18 fra TIMSS

Jeg tror formingsjentene lyktes med disse oppgavene, fordi oppgavene kunne løses ved hjelp av mønsterkunnskap, uten bruk av formell matematisk kunnskap. Mange av jentene kunne *se at* løsningen måtte være slik eller sånn (kapittel 2.2.2). De *ser* oppgaven *som* tall som er ordnet etter et visst system, og ser hva den manglende biten må være. Vi matematikklærere *ser* vanligvis slike oppgaver *som* verditabellen til en funksjon.

Elever og lærere ser på den samme oppgaven. Fordi *erfaringen* er ulik, blir *tolkingen* ulik (kapittel 2.1.1). Jeg mener at utgangspunktet for matematikkundervisningen må være elevenes ståsted, vi lærere må finne ut hva elevene ser når vi presenterer dem for en matematikkoppgave. Testen inneholdt også to andre oppgaver om funksjoner. I en oppgave skulle elevene finne x -verdien, i den andre skulle de finne funksjonsuttrykket. Å finne en manglende x - eller y -verdi krever at eleven er i stand til å se et mønster. Å finne det abstrakte funksjonsuttrykket stiller i tillegg krav til beherskelse av algebraisk notasjon. Det innebærer at eleven er i stand til å *se* oppgaven *som* verditabellen til en funksjon. Formingsjentene skåret om lag likt med øvrige elever på de to oppgavene (kapittel 8.2.3).

Formingsjentenes kompetanse

Formingsjentene lyktes også godt på oppgavene i oppstilt subtraksjon. Dette er oppgaver som løses etter et gitt mønster, mønsteret er uten unntak. Tabell 8.1 viser en oversikt over jenteformingsoppgavene i testen, de aller fleste av disse oppgavene kan løses ved hjelp av mønsterkunnskap. Jeg tror formingsjentenes mønsterkompetanse utgjør et stort potensiale i den nærmeste utviklingssonen (kapittel 2.7.2), og at de har mange spontane begreper (kapittel 2.4.1) om mønster. De er fortrolige med mønster og de forholder seg regelmessig til mønster utenom matematikktimene. De fleste av dem vet trolig ikke at dette har noe med matematikk å gjøre.

Formingsjentene lyktes dårlig på oppgaver som krever forståelse for divisjon. Jeg tror dette i hovedsak skyldes at skolen har påført mange av disse jentene et divisjonsproblem. Mens de plages med å finne best mulig løsning på problemet med å tegne repeterende mønsterborder når bredden på en repetisjon ikke er divisor i arkbredden, lærer de i matematikktimene å avrunde divisjoner som ikke går opp. For disse jentene foregår divisjon i en annen kontekst i virkeligheten enn i matematikktimene.

Resultatene på denne testen styrker antagelsen om at formingsjentene har bedre mønsterkunnskap enn øvrige elever. Denne antagelsen bør undersøkes nærmere.

Musikk og matematikk

Pythagoras og pythagoreerne (kapittel 2.1) verdsatte musikken høyt. Blant pythagoreerne hadde menn og kvinner adgang på like fot. Pythagoras ønsket å gjøre matematikken til grunnbestanddel i estetikken. Musikk handler mye om mønster - kvart, kvint og septim, dur- og mollakkorder, rytme, tema med variasjoner, 12 takter blues osv. De fleste mennesker liker musikk. Jeg er ikke begeistret for avantgardejazz, i mine ører høres det stort sett bare ut som en masse lyder uten mål og mening. Jeg finner ikke noe system og musikken høres kaotisk ut. Mange poplåter lyder derimot forutsigbare og kjedelige i mine ører.

De elevene som spiller et musikkinstrument omtrent en gang i uka eller oftere har mye høyere middel testskåre og standpunktarakterer enn noen andre elevgrupper som har deltatt i testen. De skårer *svært høyt* på de fleste oppgavene som tester elevene i mønsterkunnskap. Til tross for dette gjør de det *dårligere* enn øvrige elever på åtte oppgaver. Oppgavene de lyktes dårligst med var oppgaver i prosentregning og oppgaver om bilkjøring, oppgaver som også formingsjentene lyktes dårlig med. De elevene som spiller et musikkinstrument hadde en samlet testskåreprofil som var svært lik formingsjentenes (kapittel 8.5.1), forskjellen var at formingsjentenes testskåreprofil lå mye lavere. Et aktuelt spørsmål å jobbe videre med senere er: *Er det fellestrekk ved matematikkoppgaver som formingsjenter og musikere lykkes med?*

11.2.4 Skatere og matematikkforståelse

Det fjerde forskningsspørsmålet mitt var om elever som driver aktivt med snowboard og skateboard har bedre forståelse av rotasjon enn andre elever. Når jeg analyserte skaternes skåre på oppgavene i min test, fant jeg flere enkeltoppgaver der de skåret høyere enn øvrige elever. Mitt utvalg av elever tilsier at jeg ikke kan vektlegge resultater på enkeltoppgaver. Jeg har likevel valgt å diskutere resultatene på de enkeltoppgavene der skaterne skåret høyest i forhold til øvrige elever.

Rotasjon i planet

En av de mest typiske "skateroppgavene", oppgaver der skaterne (kapittel 2.11) skårer høyere enn gjennomsnittet, var en oppgave der et todimensjonalt rotert objekt skulle gjenkjennes. I min test var det til sammen to oppgaver som primært testet elevene på rotasjon i planet. Så lenge det roterte objektet var karakteristisk og lett kjennelig (figur 9.3 a og b), skåret ikke-skaterne best. Når objektet var vanskelig å gjenkjenne, skåret skaterne best (kapittel 9.3.1). Disse to oppgavene er i sin helhet gjengitt i figur 9.4 og 9.5.

Tabell 11.1 viser at 53% av skaterne hadde riktig løsning på begge de to oppgavene. Blant øvrige elever var det mer enn 20 prosentpoeng i forskjell i skåre på disse to oppgavene. I den vanskeligste oppgaven var det roterte objektet en trekant, i den letteste oppgaven var objektet en irregulær sekskant med et lett kjennelig hjørne. Seksanten var tydeligvis lettere å kjenne igjen enn trekanten. Analyser av elevenes feilsvar viste at flere skatere enn ikke-skatere lyktes med å rotere seksanten en halv omdreining. En større andel skatere enn øvrige elever mislyktes med den formelle delen av oppgaven, å plassere det roterte objektet korrekt i forhold til rotasjonspunktet, disse elevene valgte svaralternativ e. Det var større andel ikke-skatere enn skatere som hadde riktig løsning på den enkleste av disse oppgavene.

	Rotert sekskant M 05 fra TIMSS			Rotert trekant M 022105 fra TIMSS-Repeat		
	ikke-skatere	skatere	totalt	ikke-skatere	skatere	totalt
Riktig løsning, d	60	53	58	39	53	42
Riktig rotasjon, men galt svar, e	11	24	14	6	5	6
Sum d og e	71	77	72	45	58	48

Tabell 11.1 Rotasjon i planet. Prosentandelen skatere og ikke-skatere som lyktes med å gjenkjenne et rotert objekt. TIMSS-Repeat-oppgaven ble gitt til 195 elever og TIMSS-oppgaven ble gitt til 443 elever i min test.

Middelverdiene av skaternes standpunkt karakterer var signifikant lavere enn hos ikke-skaterne. Likevel skåret de som gruppe betydelig høyere på den vanskeligste av oppgavene som omhandler rotasjon. Dette kan skyldes tilfeldigheter, men deres høye skåre på denne oppgaven kan også forklares på følgende vis:

På både snowboard og skateboard er det vanlig å hoppe slik at brettet roterer fra $\frac{1}{2}$ til 3 omdreining i horisontalplanet. Dette er øvelser som går igjen på videofilmer og på bilder i snowboard- og skateboardblader (figur 2.3), og ungdommene trener selv på slike hopp (kapittel 2.2.5). Når ungdommene studerer filmer og blader, prøver de ofte å forestille seg hvordan det vil være å utføre øvelsen de ser på (kapittel 2.2.5). Gjennom sin fysiske aktivitet i mesorommet (kapittel 2.8) har skaterne lært seg å gjenkjenne figurer visuelt, og de har lært seg å se at figurene innehar en samling av egenskaper (kapittel 2.5.1). De gjenkjenner figuren som en trekant selv om den er dreidd, og de ser hvilken figur som må være den roterte trekanten.

Etter min oppfatning kan dette forklares med at de øvrige elevene befinner seg på det *visuelle* nivå, mens skaterne befinner seg på det *deskriptive/analytiske* nivå (van Hiele, kapittel 2.5.1).

Sagt med Russel Hanson (kapittel 2.2.1), har mange av skaterne lært seg å organisere "det sette"; det "å se" er også en erfaringstilstand. De har oppnådd kontekstfri generalisert kunnskap (kapittel 2.12.2) utfra egen aktivitet på snowboard og skateboard, og er i stand til å gjenkjenne ulike roterte objekter. Vi lærere mangler denne *erfaringen*, mange av oss *tolker* det vi ser som resultatet av en avbildning der en figur er rotert 180° om et gitt punkt (kapittel 2.2.1).

Mine data kan tolkes dit at elever som driver aktivt med snowboard og skateboard har bedre forståelse av rotasjon enn elever som ikke driver med disse aktivitetene. Jeg tror mange av dem har oppnådd en kontekstfri, generalisert kunnskap om rotasjon (kapittel 2.12.2).

Sprettballoppgaver

I min test lyktes skaterne godt også med oppgaver som ikke omhandlet geometri og rotasjon. Den oppgaven skaterne skåret høyest på i forhold til øvrige elever, gikk ut på å finne tilbakelagt strekning for en sprettball tredje gang den traff bakken. Ballen spratt opp igjen til 1/3 av opprinnelig høyde etter at den ble sluppet (kapittel 9.4). I en variant av denne oppgaven gikk sprettballen opp igjen til 1/2 av opprinnelig høyde etter å ha blitt sluppet, også dette var en skateroppgave i min test (tabell 9.2). Begge sprettballoppgavene var jenteformingsoppgaver i min test, formingsjentenes resultater diskuterer jeg i 11.2.3.

Elevsvarene tydet på at oppgaven var vanskeligst når ballen gikk opp til 1/3 av opprinnelig høyde. Skaterne hadde omtrent lik skåre på disse to oppgavene, mens ikke-skaterne hadde betydelig lavere poengskåre på den vanskeligste oppgaven (tabell 9.5). På den vanskeligste varianten av denne oppgaven, skåret skaterne signifikant høyere enn øvrig ungdom, $p < 0.05$.

Jeg har ikke et tallmateriale som tillater meg å trekke sikre konklusjoner, men mine funn synes å samsvare med teori fra denne oppgavens kapittel 2. Den mest sannsynlige forklaringen på skaternes resultater på sprettballoppgavene, er etter min mening at skaterne har en innenfra-forståelse (kapittel 2.2.2) av ballens bevegelser, fordi de er kjent med bevegelsene til en skater på en vert-rampe (figur 9.8).

I TIMSS-oppgave L 11 startet ballen 18 m over bakken. Jeg tror skaterne benyttet løsningsmetoder av følgende type: $9 + 9 = 18$ og $4,5 + 4,5 = 9$. Deretter la de sammen $18 + (9 + 9) + (4,5 + 4,5) = 45$. Det er ikke nok å kjenne til ballens bevegelser sett utenfra, slik som når man selv tar ballen i handa og slipper den. Andre ungdommer forsøker ikke i det daglige å forestille seg hvordan det vil være å være passasjer på en sprettball.

Når man ser på vert-øvelser på TV, høres rytmen godt. Lyden endres etter hvor langt nede i verten skateren befinner seg. Dersom skateren hopper, fører det til rytmiske avbrudd i lyden av brettet mot underlaget. Skateren må benytte egne muskler for å få brettet opp igjen til samme høyde som utgangspunktet. Skaterne var kjent med ballens bevegelsesmønster utfra egen fysisk erfaring fra mesorommet (kapittel 2.8).

Skaternes høye skåre på denne oppgaven antar jeg tilskrives deres egen fysiske erfaring: De er i stand til å betrakte en sprettball i bevegelse som *modell* for et velkjent bevegelsesmønster. Skaterne "ser at" og "hører at" (Russel Hanson, kapittel 2.2.1-2.2.5) sprettballen beveger seg slik en skater gjør i en halfpipeline eller i en vert-rampe. Denne kunnskapen er ikke figurativ, den eies av skaterne (kapittel 2.6). Når de tolker det de ser, koordinerer de syn og hørsel (kapittel 2.2.1). Dette bevegelsesmønsteret har de skjønnet så godt at det ikke lengre er kontekstavhengig (Vygotskij, kapittel 2.4.1 og 2.4.3. Wisted, kapittel 2.12.2).

Jeg har for lite tallmateriale til å trekke sikre konklusjoner. Mine funn reiser allikevel følgende spørsmål som er verd et nærmere studium: *Fører aktivitet på snowboard/skateboard ukentlig eller oftere til bedre forståelse på noen matematiske områder?*

Skrittmåling

Oppgavene om rotasjon og sprettballer var forholdsvis vanskelige. Rundt halvparten av elevene hadde riktig løsning på oppgavene i rotasjon, mens rundt tredjeparten av elevene hadde riktig løsning på sprettballoppgavene. Den tredje skateroppgaven i min test, var forholdsvis lett, om lag ni av ti elever hadde riktig løsning. Oppgaven handlet om skrittmåling.

På et skateboard forflytter man seg ved å stå med en fot på brettet, mens man sparker fra med den andre foten. Det må man kunne, før man kan gå i gang med å trene på ulike tricks. Alle skatere vet at jo lengre frasparkene blir, desto færre fraspark er nødvendig. Én eneste skater og knappe ti prosent av øvrige elever bommet på følgende oppgave (kapitlene 6.4 og 9.5): "Fire jenter målte lengden på skrittene sine. Resultatet var følgende: Kine - 80cm, Maria - 65cm, Helene - 75cm og Susann - 60cm. Hvem ville bruke flest skritt på å gå fra den ene enden av en korridor og til den andre?"

I en variant av denne oppgaven var spørsmålet hvem som gikk med lengst skritt, når vi fikk vite hvor mange skritt hver person brukte. I stedet for de fire jentenavnene var der to navn av hvert kjønn. På denne oppgaven skåret skaterne og ikke-skaterne likt, om lag ni av ti elever hadde riktig løsning.

Skaterne skåret høyere enn øvrige ungdommer på den antatt enkleste av disse to oppgavene. Det kan skyldes tilfeldigheter, men jeg tror det skyldes at dette er kontekst-avhengig (kapittel 2.12.2) kunnskap for mange av de matematikkfaglig svakeste skaterne. Oppgavene var enkle, konteksten var kjent for skaterne, og de skåret høyere enn andre elever. På den vanskeligste sprettballoppgaven var konteksten derimot ukjent for alle elevene, der skåret skaterne høyt fordi deres kunnskap var kontekstfri og generalisert. Jeg tror også at skaterne har en mer kontekstfri kunnskap enn andre elever om rotasjon, og at det var hovedårsaken til deres høye skåre på den vanskeligste oppgaven i rotasjon. Jeg tror årsaken til skaternes høye skåre på noen av oppgavene i testen skyldes at de har lært noe fra aktiviteten på snowboard og skateboard som de ikke har lært i matematikktimene på skolen.

11.2.5 Fysisk aktivitet og rotasjonsforståelse

Det sjette og siste forskningsspørsmålet var hvorvidt elever som driver med fysiske fritidsaktiviteter, har bedre forståelse av rotasjon enn andre elever. Jeg fant at de fysiske aktive elevene av begge kjønn hadde høyere middel testskåre og høyere middel standpunktarakterer enn øvrige elever (kapittel 10.3). Elever som skårer høyt på testen i sin helhet, forventes derfor å skåre høyt også på enkeltoppgaver og grupper av oppgaver. Jeg fant at de fysiske aktive elevene skåret høyt på oppgaver i rotasjon. Forskjellen i skåre mellom de fysiske aktive og de ikke-aktive ble større når oppgavene ble vanskeligere. Det behøver ikke bety annet enn at de generelt er flinkere i matematikk enn øvrige elever. Av den grunn konkluderer jeg med at min test ikke var et velegnet redskap til å søke svar på det gitte spørsmålet.

Det var større andel av fysiske aktive gutter enn jenter som deltok i min test. Linn & Hyde (kapittel 2.9.2) hevder det er korrelasjon mellom fysisk aktivitet og forståelse av mental rotasjon. I min test skåret guttene høyere enn jentene i tillegg til at de fysiske aktive elevene skåret høyere enn de ikke-aktive - både på testen i sin helhet og på de vanskeligste oppgavene i rotasjon. Jeg tror at når de fysiske aktive guttene skåret høyest på de vanskeligste oppgavene i rotasjon, så skyldes det i større grad at de er fysiske aktive enn at de er gutter.

11.3 Sluttord

Dagens ungdomsskoleelever tilbringer tre til fire skoletimer per uke i matematikk- klasserommet. De er levende mennesker i utvikling. Mitt utgangspunkt for denne oppgaven var at elevenes samlede erfaring fører til utvikling av deres matematikkforståelse. Ulike elever har ulike fritidsinteresser, og dette mener jeg bør ha relevans for matematikkopplæringen. Jeg

ønsket å undersøke om elevenes perseptuelle erfaring kunne ha innvirkning på deres kunnskaper i matematikk.

Elever løper til bussen, de sykler og de kjører fort på ski. Etter min mening er klassens resultatliste fra idrettsdagen bedre egnet enn biler til regning med fart og tid på ungdomsskolen. Ved å la elevene lage oppgaver selv, vil vi etter hvert trolig få kontekster som omhandler hastighet på sykler, hester og joggere. Når elevene kommer dit hen at de tør bruke sin egen fantasi, vil vi trolig få enda større mangfold av kontekster med tilsvarende matematisk innhold. En større andel av elevene vil trolig oppleve at hastighetsbegrepet angår dem. Problemet er at svært mange voksne, både matematikklærere og lærebokforfattere, har en kontekstavhengig forståelse av hastighetsbegrepet. De kan lett bli hjelpeløse når man snakker om hvorvidt det er normalt at man jogger i 18 m/s, eller om det er rimelig å sykle på flatmark i 10 km/t eller 20 km/t.

Skaterne representerer dagens ungdomsopprør. De er ungdommer som går ungdommens egne veier. Skaterne er kreative og nysgjerrige, og de leker seg der de *selv* ser mulighetene. For 30 år siden var det dårlig med treningsanlegg her i landet. Barn og unge fikk utfordret kreativiteten sin hvis de skulle dyrke sport og idrett. Hos skaterne er denne kreativiteten et element i det å drive på med en fysisk aktivitet. Per i dag har skaterne fått offentlig finansierte idrettsanlegg her i landet, der de kan utøve sine aktiviteter. Jeg fant at skaterne skåret høyere enn øvrige ungdommer på noen typer oppgaver til tross for at de gjør det dårligere enn øvrige ungdommer på testen i sin helhet. Det at skaterne gjorde det bedre her, tilskrives jeg deres erfaringer fra aktivitet på snowboard og skateboard.

Arbeidet med denne oppgaven har ført til at jeg *ser* romforståelse hos jenter og gutter som *noe annet* enn før jeg begynte på oppgaven (kapittel 2.2.1 og 2.4.5). Organiseringen av min kunnskap har endret seg, og jeg har gjort mine private oppdagelser. Jeg mener årsaken er at jeg har tilegnet meg teoretisk kunnskap (the formula) parallelt med at jeg har gjort erfaringer via mitt datamateriale og mine undervisningstimer (the principle). Arbeidet med denne oppgaven har ført til at jeg har fått en bedre forståelse av hva romforståelse innebærer. Nå er jeg av den oppfatning at formingselevene ikke har bedre romforståelse enn øvrige elever. Det kan se ut til at de har dårligere forståelse enn andre av mental rotasjon og en bedre forståelse enn andre av mental transformasjon. Det kan se ut til at ulike erfaringer korrelerer med ulike elementer i romforståelse. Muligens har formingselevene og de fysisk aktive elevene ulik romforståelse?

Da jeg skulle velge meg oppgaver som testet elevene på romforståelse, valgte jeg blant samtlige oppgaver fra TIMSS og TIMSS-Repeat. Da fant jeg fire oppgaver som primært testet på rotasjon og to oppgaver som primært testet på mental transformasjon. Rotasjon ser ut til å korrelere med fysisk aktivitet, og fysisk aktivitet er mer utbredt blant gutter enn blant jenter. Små jenter kler av og på dukker, og større jenter er ofte mer opptatt enn gutter av å prøve klær. For å velge riktig størrelse på et klesplagg, må man foreta en mental transformasjon. For meg kan det synes som at tester på romforståelse legger større vekt på mental rotasjon enn på mental transformasjon. En test i romforståelse bør etter min oppfatning vektlegge mental transformasjon i like stor grad som mental rotasjon.

Formingsjentene og de elevene som spiller et musikkinstrument, hadde lik testskåreprofil på denne testen. Men formingsjentenes middel testskåre lå under gjennomsnittet og musikkutøvernes middel testskåre lå langt over gjennomsnittet. Dette resultatet inspirerer til videre undersøkelser. I denne oppgaven har jeg antydnet at forståelsen av mønster utvikles gjennom utøvelse av deres aktivitet. Jeg sitter tilbake med spørsmålet om formingsjentenes og musikkelevenenes mønsterkompetanse er en ressurs som dagens norske skole ikke vet å verdsette og ta vare på.

Jeg håper at vi kan lære av snowboarderne. En av målsettingene for matematikktimene bør være "Vi trener ikke, vi regner og leker. Det gjør vi så mye at vi blir gode." (Fritt etter snowboarderen Marius Sommer, kapittel 2.10.1). Hvorfor skal vi mennesker kun få lov til å leke oss med matematikken etter at vi eventuelt har blitt matematikk-forskere?

Etter å ha arbeidet med denne oppgaven sitter jeg igjen med følgende oppfatning, ordtaket

"Det man ikke har i hodet, har man i beina"

er modent for utskifting til følgende:

"Det man har i beina, kan man også få i hodet."

Referanser:

- Agam, Y. (1984). Seeing is Learning - or should be! *KIDMA, Israel Journal of Development*, 2, 24-31.
- Berthelot, R. & Salin, M. H. (1998). The Role of Pupil's Spatial Knowledge in the Elementary Teaching of Geometry. In Mammana, C. & Villani, V. (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century* (pp. 71-78). Dordrecht, NL: Kluwer Academic Publishers.
- Berulfsen, B. & Gundersen, D. (1986). *Fremmedordbok*. Oslo: Kunnskapsforlaget.
- Bjerke, L. & Søråas, H. (1963). *Engelsk-norsk ordbok*. Oslo: H. Aschehoug & Co.
- Björkqvist, O. (1993). Social konstruktivism som grund för matematikundervisning. *NOMAD*. Volum 1, 1 (s8-17). Göteborg: Göteborg Universitet.
- Brekke, G. (1995). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Oslo: Nasjonalt Læremiddelsenter.
- Brekke, G., Kobberstad, T., Lie, S. & Turmo, A. (1998). *Hva i all verden kan elevene i matematikk? Oppgaver med resultater og kommentarer*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Bråten, I. (1996). Om Vygotskys liv og lære. I Bråten, I. (red.), *Vygotsky i pedagogikken*. Oslo: Cappelen Akademisk forlag.
- Clarke, D. & Helme, S. (1998). Context as Construction. In Björkqvist, O. (Ed.), *Mathematics Teaching from a Constructivist Point of View*. Reports from the Faculty of Education, 3 (pp.129-147). Åbo: Åbo Akademi University.
- Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992). Geometry and Spatial Reasoning. In Grouws, D.A. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 420-464). New York: Macmillan Publishing Company.
- van Dalen, J. G. T. (1998). Autisme fra innsiden. *Autisme i dag*. Bind 25, 2 (s57-73). Oslo: Autismeforeningen i Norge.
- Fauskanger, J. (1996). Lek som matematikkpedagogisk metode, blir det kaos? *Norsk pedagogisk tidsskrift* 6 (s359-367). Oslo: Universitetsforlaget.
- Fishbein, E. (1994). The Interaction between the Formal, the Algorithmic, and the Intuitive Components in Mathematics Activity. In Biehler, R. et al. (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (pp. 231-245). Dordrecht, NL: Kluwer Academic Publishers.
- Greenberg, M. J. (1993). *Euklidian and Non-Euklidian Geometries. Development and History*. New York: W. H. Freeman and Company.
- Hanson, N. Russel (1958). Observation. *Patterns of Discovery: an inquiry into the conceptual foundations of science* (pp. 4-30). Cambridge: University Press.
- Henriksen, P. (red.), (1989). *Damms store leksikon*. Oslo: N. W. Damm & søn A. S.
- Hershkowitz, R., Parzysz, B. & van Dormolen, J. (1996). Space and Shape. In Bishop, A., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J., & Laborde, C. (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education*. (pp. 161-204). Dordrecht, NL: Kluwer Academic Publishers.
- Ifrah, G. (1997). *All verdens tall. Tallenes kulturhistorie*. Bind 2. Oslo: Pax Forlag.

- Kleve, B. (1994). *En testteoretisk og diagnostisk analyse av flervalgsoppgaver i matematikk fra TIMSS' pilottest. Hovedfagsoppgave i realfagsdidaktikk, ILS, Universitetet i Oslo*. Oslo: ILS, Universitetet i Oslo.
- KUF, Det kongelige kirke- utdannings- og forskningsdepartement (1987). *Mønsterplan for grunnskolen*. Oslo: H. Aschehoug & Co.
- KUF, Det kongelige kirke- utdannings- og forskningsdepartement (1996). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen*. Oslo: Nasjonalt Læremiddelsenter.
- Laing, R. D. (1975). *Knuter*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.
- Lie, S., Kjærnsli, M. & Brekke, G. (1997). *Hva i all verden skjer i realfagene? Internasjonalt lys på trettenåringers kunnskaper, holdninger og undervisning i norsk skole*. Oslo: ILS, Universitetet i Oslo.
- Linn, M. C. & Hyde, J. S. (1993). Gender, Mathematics and Science. *Newsletter - Association for Women in Mathematics*. Volume 23, 3, 17-23, Volume 23, 4, 14-17.
- Meyer, O., Søholm, F. & Vejleskov, H. (1971). *Barnets oppfattelse av tal, rum og bevægelse. Tekster fra Jean Piagets verker III*. Copenhagen: Munksgaard.
- Niss, M. (1998). *Aspects of the Nature and State of Research in Mathematics Education*. Roskilde: IMFUFA/RUC, 351, 1-24.
- Russell, B. (1953). Pythagoras. I *Vestens filosofi*. København: Munksgaard.
- Schliemann, A., Araujo, C., Cassundé, M. A., Macedo, S. & Nicéas, L. (1998). Use of Multiplicative Commutativity by School Children and Street Sellers. In *Journal for Research in Mathematics Education*, Volume 29, 4, 422-435.
- Selden, A., Selden, J. & Mason A. (1994). Even Good Calculus Students cannot solve Nonroutine Problems. In Kaput, J. & Dubinsky, E. (Eds.), *Research Issues in Undergraduate Mathematics Learning. Preliminary Analyses and Results*. Washington: Mathematical Association of America.
- Steinbring, H. (1994). Dialogue between theory and practice in mathematics education. In Biehler, R. et al. (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (pp. 89-102). Dordrecht, NL: Kluwer Academic Publishers.
- Tartre, L. A. (1990). Spatial Skills, Gender, and Mathematics. In Fennema, E. & Leder, G. (Eds.), *Mathematics and Gender* (pp. 27-59). New York: Teachers College, Columbia University.
- Wertheimer, M. (1978). The Area of the Parallelogram. In Wertheimer, M. (Ed.), *Productive Thinking* (pp. 13-78). Westport, Conn.: Greenwood.
- Wistedt, I. (1993). Elevers svårigheter att formulera matematiska problem. *NOMAD*. Volum 1, 1 (s40-54). Göteborg: Göteborg Universitet.
- Wold, B., Hetland, J., Aarø, L. E., Samdal, O. & Torsheim, T. (2000). Utviklingstrekk i helse og livsstil blant barn og unge fra Norge, Sverige, Ungarn og Wales. Resultater fra landsomfattende spørreskjema-undersøkelser tilknyttet prosjektet "Helsevaner blant skoleelever. En WHO undersøkelse i flere land (HEVAS)". *HEMIL-rapport nr 1 - 2000*. Bergen: Universitetet i Bergen. HEMIL-senteret.

APPENDIX



THIRD INTERNATIONAL MATHEMATICS AND SCIENCE STUDY

Universitetet i Oslo

Senter for lærerutdanning og skoletjeneste, SLS
Postboks 1099 Blindern
0316 Oslo

Tlf: 22 85 41 51/53/56
Fax: 22 85 74 63

Oslo,

Til Rektor ved _____ skole

MATEMATIKK - TEST 10.klassetrinn høst-98

Vi viser til vår tidligere muntlige henvendelse angående utprøving av oppgaver for TIMSS. Third International Mathematics and Science Study (TIMSS) er et internasjonalt prosjekt som handler om matematikk og naturfag i skolen. Hovedinnsamlingen av data fant sted våren 1995. Nesten 50 land deltok på prosjektet, som er en sammenlignende studie av skolesystemene, fagplaner, undervisningspraksis og prestasjonene til elevene i de to fagene. For mer informasjon henviser vi til boka «Hva i all verden skjer i realfagene?» av Lie/Kjærnsli/Brekke nov.-97, eller til vår hjemmeside på internett <http://www.ils.uio.no/timss/>.

TIMSS-Repeat er en oppfølgingstudie. Hovedfagsstudent Anne Fyhn her ved ILS (Institutt for Lærerutdanning og Skoleutvikling ved Universitetet i Oslo) studerer hvordan kontekst, innhold og utforming av matematikkoppgaver påvirker elevenes prestasjoner. Hun skal vurdere besvarelsene av en del matematikkoppgaver fra TIMSS og TIMSS-Repeat. Elevene som skal svare på oppgavene er om lag 600 10.klasseelever, jevnt fordelt på Nord- og Sør-Norge.

Vi ønsker at 10.klasseelever ved deres skole, som tidligere avtalt, stiller en skoletime til disposisjon i løpet av september måned. De skal svare på noen

matematikkoppgaver samt svare på to spørsmål, et om kjønn og et om fritidsinteresser. Besvarelsene er selvsagt anonyme.

Både KUF, Norsk lærerlag og Lærerforbundet har oppfordret til å støtte TIMSS.

Som takk for deltakelsen skolene vil få tilsendt et eksemplar av rapporten «Hva i all verden skjer i realfagene».

Det er en selvfølge at det ikke skal publiseres noe som kan spores tilbake til den enkelte skole, lærer eller elev. Slik informasjon vil heller ikke bli gitt til kommuner, fylker eller departement.

Likevel kan skolen, hvis den ønsker det, få vite skolens eget resultat i forhold til gjennomsnittet.

Vennligst svar skriftlig på svarslippen og returner den så snart som mulig. Dere kan enten sende slippen i posten eller via fax. Vi ber dere om å oppgi navnet på klassen og antall elever, slik at vi kan sende dere riktig antall oppgaver.

Postadresse:

Anne Fyhn, Ringkøbingveien 15, 9011 Tromsø (tlf 77 65 21 50).

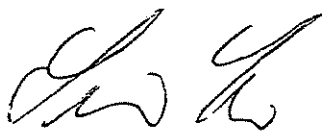
Fax:

Anne Fyhn

Fax: 77 65 21 59

Ta gjerne kontakt med en av de undertegnede hvis dere har spørsmål.

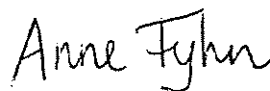
Med vennlig hilsen og håp om et positivt svar.



Svein Lie
(prosjektleder)



Liv Sissel Grønmo
(veileder)



Anne Fyhn
(hovedfagstudent)

SVARSLIPP

_____ skole takker ja til å delta i utprøving av TIMSS-Repeat oppgaver.

Ved vår skole vil følgende klasser delta:

Klasse_____ Antall elever _____

Klasse_____ Antall elever_____

Klasse_____ Antall elever _____

Klasse_____ Antall elever _____

Klasse_____ Antall elever_____

Sett kryss for om skolen ønsker tilbakemelding om eget resultat i forhold til gjennomsnittet.

JA, vi ønsker tilbakemelding

☐

NEI, vi ønsker ikke tilbakemelding

☐

Sted_____

Dato_____

Underskrift rektor



TROMSØ KOMMUNE
AVD. FOR UNDERVISNING

Anne Fyhn
Ringkøbingveien 15
9011 Tromsø

Deres ref.:

Vår ref.:
2916/98/210-SPØR

Saksbehandler: Sigmund M. Sørensen
Telefon: 77 62 06 35
Dato: 08.07.98

Testing av matematikkoppgaver

Vi viser til brev av 6.d.m. med søknad om tillatelse til å teste matematikkoppgaver på elever i 10. klasse i grunnskolen i Tromsø i forbindelse med hovedfagsarbeid.

Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet har gitt retningslinjer for gjennomføring av undersøkelser i grunnskolen i rundskriv F-9/84, og her heter det bl.a.:

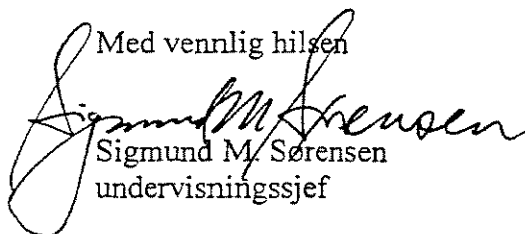
- Opplegget må ikke krenke eller skade enkeltpersoner eller grupper.
- Opplegget må ikke gripe urimelig og forstyrrende inn i skolens arbeid.
- Deltakelse må være frivillig.

Skolemyndighetene i Tromsø har i tillegg vedtatt at før en undersøkelse gjennomføres, skal de foresatte informeres slik at de skal kunne reservere seg og påvirke om deres barn skal delta eller ikke.

Vi kan ikke se at det opplegget som planlegges gjennomført, kolliderer med gjeldende retningslinjer, og godkjenner at testingen gjennomføres på de vilkår som er referert ovenfor. Vi forutsetter at spørsmål i tilknytning til den praktiske avviklingen avklares i samarbeid med de aktuelle skolene.

Lykke til med arbeidet!

Med vennlig hilsen


Sigmund M. Sørensen
undervisningssjef

POSTADRESSE	GATEADRESSE	ORG.NUMMER	TELEFON	TELEFAX	BANK/POST
Postboks 1225 9001 TROMSØ	Grønnegt. 48 9008 TROMSØ	NO 971 168 579 MVA	Sentr/b. 77 62 00 00 Eksp. 77 62 06 30	77 68 79 10	4750 05 08236 0807 59 74001



Vedlegg 4

PORSANGER KOMMUNE
Sektor for oppvekst og omsorg
Oppvekstavdeling

Anne Fyhn
Ringkøbingveien 15

9011 TROMSØ

Saksnr. 98/02336 saksbh.tlf.78 46 04 37	Vår ref./saksbh./ 007262/Kjell J. Norum	Arkivnr. /A20/&32	Deres ref.	Dato. 12.05.98
---	--	----------------------	------------	-------------------

SØKNAD OM TILLATELSE TIL MATEMATIKKTEST.

Rådmannens vedtak:

Anne Fyhn gis tillatelse til å gjennomføre en matematikktest i 9. klassene ved skolene i Porsanger. Tillatelsen gis på følgende vilkår :

- 1)Undersøkelsen skal være en del av søkerens hovedoppgave i matematikkdidaktikk, og et ledd i et større forskningsprosjekt ved Universitetet i Oslo. Resultatene fra undersøkelsen kan ikke benyttes i andre sammenhenger.
- 2)Alle deltakere i undersøkelsen må være anonyme slik at en ikke kan spore resultatene tilbake til skole, klasser eller enkeltelever.
- 3)Resultatene av undersøkelsen sendes oppvekstavdelingen i kommunen, som fritt kan benytte disse i sin evaluering av skolesektoren.
- 4)Søkeren må eventuelt skrive under på taushetserklæring.

Undersøkelsen planlegges gjennomført før skoleslutt våren 1998.

Bakgrunn for saken:

Søknad av 04.05-98.

Saksopplysninger:

Søkeren er student ved ILS / Universitetet i Oslo.

Tillatelsen er gitt i henhold til de regler som er satt opp i rundskriv F-9/84 med senere innskjerping i rundskriv F-95/86. Alle rundskriv kommer fra Kirke-, undervisnings og forskningsdepartementet.

Vi gjør oppmerksom på at dersom taushetsbelagte personopplysninger skal innhentes, er en avhengig av spesiell tillatelse fra KUFD.

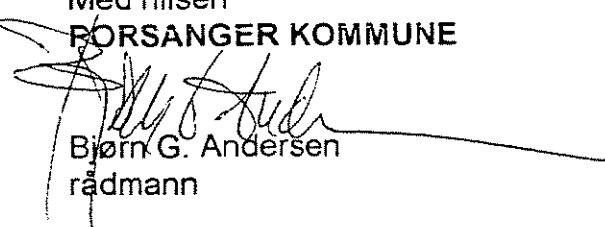
Administrasjonens vurdering:

Oppvekstavdelingen finner det positivt at Anne Fyhn ønsker å gjennomføre en matematikkundersøkelse i skolene i kommunen. En regner med at resultatene fra undersøkelsen kan bli et viktig bidrag i oppvekstavdelingens evaluering av skolesektoren. .

Det administrative vedtaket er fattet på bakgrunn av delegert myndighet.

Med hilsen

PORSANGER KOMMUNE


Bjørn G. Andersen
rådmann


Kjell J. Norum
oppvekstleder

Kopi : Skolene i Porsanger.

24/8-98

Til samtlige 10.klasseforeldre / foresatte ved Kvaløysletta skole

Fra våren 1995 og utover deltok Norge i en stor internasjonal undersøkelse som handler om naturfag og matematikk i skolen. Nesten 50 land deltok på prosjektet som er en sammenlignende studie av skolesystemer, fagplaner, undervisningspraksis og prestasjonene til elevene i de to fagene. Prosjektet heter TIMSS (Third International Mathematics and Science Study). Flere resultater herfra er blitt publisert det siste året. – På internett finner dere bl.a. en del informasjon på adressen <http://www.ils.uio.no/timss/>

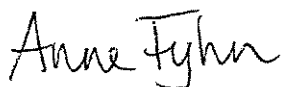
TIMSS-Repeat er en oppfølgingsstudie. Hovedfagstudent Anne Fyhn ved ILS (Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling ved Universitetet i Oslo) studerer hvordan kontekst, innhold og utforming av matematikkoppgaver påvirker elevenes prestasjoner. Hun skal vurdere besvarelsene av en del oppgaver fra TIMSS og TIMSS-Repeat, om lag 600 10.klasseelever skal svare på oppgavene.

10.klasseelevne ved Kvaløysletta skole vil derfor benytte en skoletime i september til å svare (anonymt) på noen matematikkoppgaver og svare på to spørsmål – et om kjønn og et om fritidsinteresser.

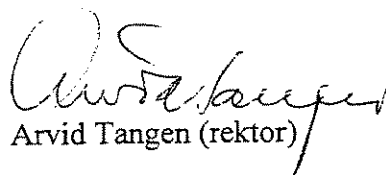
Det er en selvfølge at det ikke skal publiseres noe som kan spores tilbake til den enkelte skole, lærer eller elev. Slik informasjon vil heller ikke bli gitt til kommuner, fylker eller departement.

Skolemyndighetene i Tromsø har vedtatt at før en undersøkelse gjennomføres, skal de foresatte informeres, slik at de skal kunne reservere seg og påvirke om deres barn skal delta eller ikke.

Hvis noen av dere foreldre / foresatte ikke ønsker at deres barn skal delta i undersøkelsen, ber vi om at dere fyller ut svarslippen og returnerer den snarest til skolen.



Hilsen Anne Fyhn (student)



Arvid Tangen (rektor)

Svarslipp

.....

Jeg / vi ønsker ikke at vårt barn elev i klasse skal delta i TIMSS-Repeat undersøkelsen ved Kvaløysletta skole høsten -98.

Hilsen

TIMSS – repeat oversikt over skoler, september –98

Skole adresse	Telefon fax	klasse	ant.	sum skole	Tilbake- melding
Fløysbonn ungdomsskole Boks 510 1411 Kolbotn	66 80 22 60 66 80 24 60	10 A 10 B 10 C 10 D	21 24 22 23	90	ja
Gran ungdomsskole 2250 Gran	61 33 03 00	10 B 10 C	25 24	49	ja
Lakselv ungdomsskole 9700 Lakselv	78 46 12 75 78 46 23 11	10 A 10 B	21 27	48	ja
Ranvik ungdomsskole Haukevn 1 3212 Sandefjord	33 46 74 80	10 A 10 D	26 26	52	ja
Breidablikk ungdomsskole Frøyasv 33 3216 Sandefjord	33 46 50 30	10 A 10 C	27 28	55	ja
Kvaløysletta ungdomsskole 9100 Kvaløysletta	77 65 21 50 77 65 21 59	10 A 10 B 10 C 10 D 10 E 10 F	15 18 29⊗ 25 28 28	143	ja
Billefjord skole 9710 Indre Billefjord	78 46 31 40 78 46 32 81	10	9	9	ja
Lunner ungdomsskole 2230 Lunder	61 32 29 74	10 A 10 C	27 25	52	nei
Hellerasten skole Boks 510 1411 Kolbotn	66 80 25 02 66 80 25 02	10 A 10 B 10 C	23 23 23	69	ja
Løkenåsen skole Nordlifaret 41 1473 Skårer	67 92 96 74 67 92 09 56	10 A 10 D	18 20	38	ja
Tromstun skole Evjenveien 11 B 9020 Tromsdalen	77 63 98 33 77 63 97 81	10 A 10 B 10 C	25 23 25	73	ja
Ruseløkka skole Løkkevn 15 0253 Oslo	22 43 10 46 22 56 14 63	10 A 10 B 10 C	28 30 27	85	

Sum: 763 elever

⊗ trakk seg like før testen pga sykdom



THIRD INTERNATIONAL MATHEMATICS AND SCIENCE STUDY

Universitetet i Oslo

Senter for lærerutdanning og skoletjeneste, SLS
Postboks 1099 Blindern
0316 Oslo

Tlf: 22 85 41 51/53/56
Fax: 22 85 74 63

Manual for utprøving av oppgaver til TIMSS-Repeat Populasjon 2

Klasse: _____

Vi takker for at du er villig til å være med på utprøving av oppgaver til TIMSS-Repeat i din klasse. TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) er en internasjonal studie av matematikk og naturfag i skolen i 45 land. Man har analysert fagplaner og lærebøker, og undersøkt elevenes kunnskaper og holdninger. Selve hovedundersøkelsen foregikk våren 95 hvor rundt 600 norske skoler deltok. Undersøkelsen er støttet av KUF og lærerorganisasjonene.

For mer informasjon anbefales boka "Hva i all verden skjer i realfagene?" som er vedlagt.

For at testen skal gjennomføres likt i alle klasser har vi laget denne testmanualen som gir en detaljert beskrivelse av hvordan du skal gjennomføre testen i din klasse. Det er viktig at du leser denne manualen nøye på forhånd, slik at du er sikker på at du forstår hva som skal gjøres. Er det ting du lurer på, kan du kontakte oss.

Testtid

Testtiden er omtrent en skoletime:

- 5-10 minutter til administrasjon (utdeling, lesing av instruksjon etc)
- Nøyaktig 35 minutter til å besvare oppgavene og 2-3 minutter til å svare på de to første spørsmålene.

Før testdagen

Les denne manualen nøye så du er sikker på hva du skal gjøre. Gjør alle nødvendige avtaler når det gjelder tidspunkt for testen og rommet der den skal foregå. Hvis flere klasser på skolen deltar, er det en fordel om dere kan gjennomføre testen samtidig.

Det er vedlagt en Elevliste der hver elev i klassen har fått et nummer (se første kolonne i Elevlista). Du bestemmer selv hvilken elev som skal kobles til hvilket nummer. Elevlista skal ikke påføres elevenes navn, men du må fylle ut lista med følgende opplysninger:

- Kjønn
- Fødselsår og måned
- Standpunktkarakter i matematikk

For å lette utdelingen av heftene på testdagen, foreslår vi at du tar en vanlig klasseliste med elevenes navn og fører på elevenes nummer. Denne klasselista skal **ikke** sendes til oss.

På Elevlista er det to ekstra elevnummer, og dere har fått et tilsvarende antall ekstra hefter. De skal brukes i disse tilfellene:

- Hvis noen elever er kommet i tillegg etter at antall elever ble oppgitt til oss.
- Hvis et hefte er ødelagt eller mangler, la vedkommende elev få et av de ekstra heftene i stedet. I såfall må du stryke ut eleven og føre han /henne inn på den nye plassen på "Elevlista" som samsvarer med nummeret på heftet.

Eksklusjon av enkeltelever:

Hvis du har enkeltelever som ikke kan delta i testen av fysiske eller psykiske årsaker (har klare funksjonshemninger som gjør det vanskelig å delta), eller fordi de er fremmedspråklige og ikke kan nok norsk til å lese teksten, ber vi deg skrive dette på Elevlista. Elevene kan eventuelt få hjelp til å lese teksten.

Din oppgave som testadministrator er:

- å sørge for at hver elev får det testmaterialet som er beregnet spesielt for eleven i samsvar med den utfylte Elevlista
- å administrere testen i henhold til denne manualen, og spesielt sørge for at tiden for testen overholdes nøyaktig
- å fylle ut vedlagte Testskjema om tidspunkt og hvordan testen foregikk

På testdagen

Sørg for at du har med deg denne manualen, oppgaveheftene, Elevlista, egen klasseliste med navn og nummer og Testskjemaet.

Oppgaveheftene er påført elevenes nummer, og det er avgjørende at hver elev får riktig hefte i samsvar med den klasselista du har laget. Dette er viktig fordi elevopplysningene på klasselista skal sammenholdes med resultatene på testen. Elevene får ulike hefter da vi tester ut tre forskjellige versjoner.

Du vil trenge en klokke til å passe tida nøyaktig. Ta med ekstra blyanter og viskelær til elevene. Elevene har ikke anledning til å bruke kalkulator, linjal eller andre hjelpemidler.

Før testen starter

Det er viktig at elevene blir oppmuntret til å gjøre sitt beste. Vi foreslår at du sier omtrent dette (tegnet " før og etter en kursivert tekst betyr at teksten skal leses høyt for elevene):

"Dere skal nå være med på en utprøving av oppgaver som er en del av et internasjonalt prosjekt, TIMSS-Repeat. Disse oppgavene prøves også ut i mange andre land. I Norge er mer enn 750 10.klassinger valgt ut til å delta i denne utprøvingen. Det er viktig at dere gjør så godt dere kan. Noen oppgaver er enkle og noen er kanskje vanskelige eller uvante. Les oppgavene nøye, og bruk tiden slik at dere prøver å svare på alle oppgavene. Har dere noen spørsmål?" (Svar på eventuelle spørsmål)

Si deretter følgende:

"Jeg skal nå dele ut et hefte til hver. Ingen må åpne det før dere får beskjed. Rydd vekk alt på pulten utenom noe å skrive med. Hvis dere ikke har noe å skrive med, kan dere få låne av meg."

Pass på at hvert hefte blir delt ut til riktig elev. Dette er av avgjørende betydning for kvaliteten til undersøkelsen. Vi foreslår at du leser opp en og en elev fra din egen klasseliste med elevnavn og nummer og gir hver elev sitt hefte. Hvis en elev er borte, legger du heftet til side. Eventuelt ekskluderte elever (markert på Elevlista) kan også få sitt hefte, dersom du mener det er best. Skriv i tilfelle utenpå heftet at eleven er ekskludert.

Dersom et hefte er ødelagt eller mangler, la eleven få en av de ekstra heftene og registrer dette i Elevlista.

Gjennomføringen av testen

Les opp følgende:

"Nå kan dere åpne heftet. Hopp over første side. På side 2 skal dere krysse av for hvilket kjønn dere er og svare på spørsmål om noen fritidsinteresser."

La elevene få 2 – 3 minutter til å svare på de to første spørsmålene. Les deretter opp følgende:

"Nå skal dere svare på en del matematikkoppgaver. Vi skal nå gå igjennom instruksjonen for hvordan dere skal svare på oppgavene. Instruksjonen står skrevet på den første siden i heftet deres."

Ta et av de ekstra elevheftene og les opp for elevene instruksjonen som står på den første siden. Når du er ferdig, legg heftet tilbake og fortsett:

"Har dere noe å spørre om?" (Svar på eventuelle spørsmål.)

Dere har 35 minutter til å gjøre ferdig heftet. Når dere kommer til stopp-tegnet, kan dere se over det dere har gjort. Nå kan dere begynne å arbeide med oppgavene."

Notér tidspunktet i Testskjemaet.

Mens elevene arbeider med testen, ber vi deg om å registrere i Elevlista hvilke elever som er tilstede:

T = tilstede
F = fraværende
D = deltar ikke

Følgende regler gjelder for gjennomføringen:

- Du må ikke hjelpe elevene med oppgavene mens testen foregår. Hvis elevene spør om noe faglig, er det beste svaret: "Dessverre, jeg kan ikke svare på noen spørsmål. Bare gjør så godt du kan." Derimot kan du svare på spørsmål om hva elevene skal gjøre og hvordan de skal skrive ned sine svar.
- Mens elevene arbeider med testen, bør du gå litt rundt i klassen og sjekke at elevene går frem slik de har fått beskjed om.
- Det kan forekomme at en elev ikke kan være tilstede under hele testen. (Vi ber om at dette unngås hvis mulig.) Hvis eleven forlater klassen og kommer tilbake, vennligst **noter fraværstida** utenpå elevens hefte og betrakt testen som fullført. Hvis eleven ikke kommer tilbake, ber vi deg om å samle inn heftet, skrive tidspunkt og grunnen til at eleven forlot klassen utenpå det, og å markere dette i kolonnen "Merknader" i Elevlista.
- Hvis en elev kommer for seint, gi eleven det riktige heftet og noter på heftet når eleven kom.

Etter **25 minutter** sier du:

"Nå har du 10 minutter igjen. Prøv å svare på alle oppgavene."

Etter **35 minutter** sier du:

"Tida er nå ute. Slutt å arbeide med oppgavene. Lukk heftet og legg blyanten ned. Jeg skal nå samle inn heftene."

Noter tidspunktet i Testskjemaet. Deretter samler du inn alle heftene. Før elevene går, er det fint om du takker dem for innsatsen.

Sorter oppgaveheftene etter elevnummer, men legg de ubrukte heftene for seg.

Etter testen

Vennligst besvar spørsmålene i Testskjemaet om spesielle ting som hendte underveis.

Følgende materiale skal sendes tilbake:

- en bunke med utfylte oppgavehefter, sortert etter elevnummer
- de ubrukte heftene
- den ferdig utfylte Elevlista
- det ferdig utfylte Testskjemaet

Klasselista med navn som du brukte for å dele ut heftene skal **ikke** sendes til oss, men vi ber deg om å ta vare på den et par måneder i tilfelle eventuelle uklarheter.

Materialet fra skolen sendes samlet så snart som mulig og **senest 23. oktober** til:

TIMSS-Repeat
Universitetet i Oslo, ILS,
Postboks 1099 Blindern
0316 Oslo

Takk for hjelpen med denne undersøkelsen!

Elevliste

Skolenr: 6

Klasse: 10C

Elevnr.	Kjønn J = jente G = gutt	Født måned - år	Standpunkt karakter i matematikk	Deltakelse T = tilstede F = fraværende D = deltar ikke	Merknader
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					
26					
27					
28					
29					
30 (R)					
31 (R)					

Testskjema

Utprøving av oppgaver i TIMSS-Repeat

1. Skole
2. Klasse
3. Totalt antall elever i klassen Antall elever som deltok på testen
4. Faktisk tidspunkt for gjennomføringen
Dato:

Starttid	Sluttid

5. Hendte det noe spesielt under gjennomføringen? I så fall, vennligst forklar kort:
6. Hadde elevene noen spesielle problemer under med testen (spørsmålene var for vanskelige, tidsnød, kjedelig, forvirrende)? I så fall, vennligst forklar kort:
7. Beskriv kort eventuelle feil eller problemer med testmaterialet:

Alle heftene både de ubrukte og de utfylte, dette Testskjemaet og Elevlista skal returneres så snart som mulig. Materialet fra skolen sendes samlet til:

TIMSS-Repeat
Universitetet i Oslo, ILS
Postboks 1099 Blindern
0316 Oslo

Hjertelig takk for hjelpen!

TIMSS-oppgaver som var med i min test

J13

600 liter vann skal fylles på flasker som hver rommer 750 ml. Hvor mange flasker trenger vi?

- A. 8
- B. 80
- C. 800
- D. 8000

J19

I en pose med kuler er $\frac{1}{6}$ av kulene grønne, $\frac{1}{12}$ er gule, $\frac{1}{2}$ er

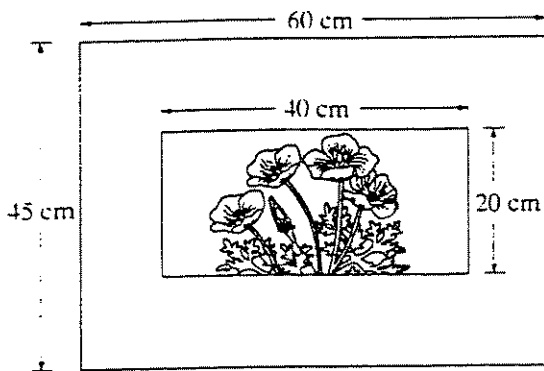
hvite og $\frac{1}{4}$ er blå. En kule blir trukket fra posen, uten at en ser.

Hvilken farge er det mest sannsynlig å trekke?

- A. Hvit
- B. Blå
- C. Grønn
- D. Gul

J10

Et rektangelformet bilde er limt på et hvitt papir som vist på figuren.



Hva er arealet av det hvite papiret som ikke er dekket av bildet?

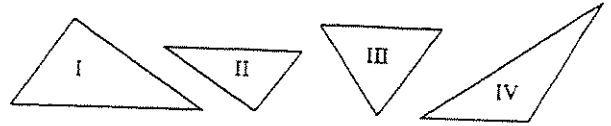
- A. 165 cm^2
- B. 500 cm^2
- C. 1900 cm^2
- D. 2700 cm^2

J14

Divider: $24,56 : 0,004$

- A. 0,614
- B. 6,14
- C. 61,4
- D. 614
- E. 6140

J15



Hvilke to trekanter er formlike?

- A. I og II
- B. I og IV
- C. II og III
- D. II og IV
- E. III og IV

J18

Denne tabellen viser en bestemt sammenheng mellom x og y.

x	y
1	1
2	?
4	7
7	13

Hvilket tall mangler i tabellen?

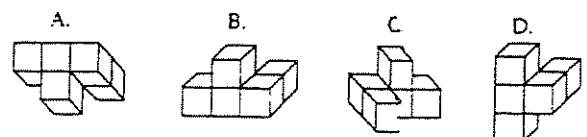
- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5
- E. 6

K3

Vi skal snu på denne tingen.



Etter at vi har snudd på den, hvilken av disse kan vi få da?



K6

I fjor var det 1172 elever på Berg skole. I år er det 15 prosent flere elever på skolen. Omtrent hvor mange elever er det på Berg skole i år?

- A. 1800
- B. 1600
- C. 1500
- D. 1400
- E. 1200

K7

I en skuff er det 28 penner, noen hvite, noen blå, noen røde og noen grå. Hvor mange blå penner er det i skuffen hvis sannsynligheten for tilfeldig å trekke en blå penn er $\frac{2}{7}$?

- A. 4
- B. 6
- C. 8
- D. 10
- E. 20

L13

Disse figurene er ordnet i et mønster.



Hvilken rekke av figurer er ordnet i det samme mønsteret?

- A. ★ □ ★ □ ★ ★ □ □ ★ ★ □ □
- B. □ ★ □ □ ★ □ □ □ ★ □ □ □ □
- C. ★ □ ★ ★ □ □ ★ ★ ★ □ □ □
- D. □ □ ★ ★ □ ★ □ □ ★ ★ □ ★

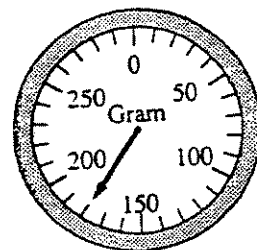
L11

En gummiball spretter opp igjen til halvparten av den høyden den ble sluppet fra. Hvis ballen blir sluppet fra et tak som er 18 m over bakken, hva er da den samlede lengden ballen har beveget seg når den treffer bakken for tredje gang?

- A. 31,5 m
- B. 40,5 m
- C. 45 m
- D. 63 m

M1

Hvilken vekt (masse) vises på denne vekten?



- A. 153 g
- B. 160 g
- C. 165 g
- D. 180 g

L12

Fire elever målte bredden av et rom ved å telle antall skritt. Tabellen under viser resultatene.

Navn	Antall skritt
Steinar	10
Eise	8
Anne	9
Carl	7

Hvem tok lengst skritt?

- A. Steinar
- B. Eise
- C. Anne
- D. Carl

M4

Hvilket av tallene er størst?

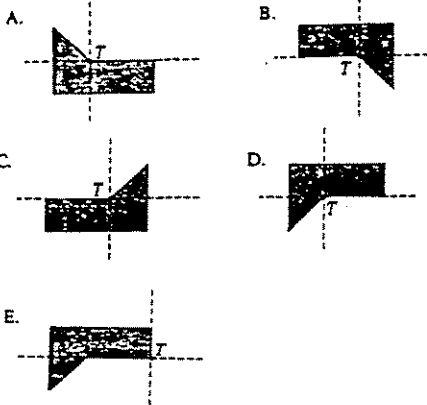
- A. $\frac{4}{5}$
- B. $\frac{3}{4}$
- C. $\frac{5}{8}$
- D. $\frac{7}{10}$

M5

Den skyggelegte figuren dreies en halv omdreining.



Hvilken av disse figurene får vi da?



N11

I en avis sto det at omtrent 18 200 trær var plantet i en skog. Tallet var avrundet til nærmeste hundre. Hvilket av disse tallene kunne ha vært det nøyaktige antall trær som var plantet?

- A. 18 043
- B. 18 189
- C. 18 289
- D. 18 328

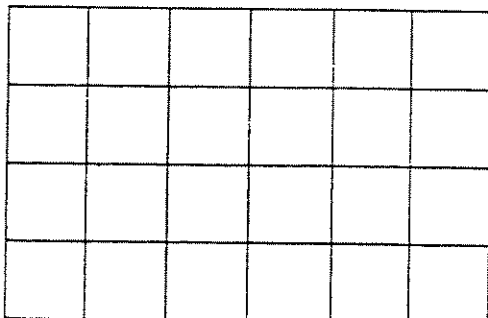
N16

Truls hadde en eske med kuler. Han ga halvparten av kulene til Ole og så en tredel av de han hadde igjen til Petter. Da hadde Truls 6 kuler igjen. Hvor mange kuler hadde Truls i esken fra starten?

- A. 18
- B. 24
- C. 30
- D. 36

N19

Skyggelegg (skraver) $\frac{5}{8}$ av smårutene på figuren.



O2

Prisen på en vare øker fra 60 kr til 75 kr. Hvor mange prosent er prisøkningen?

- A. 15%
- B. 20%
- C. 25%
- D. 30%

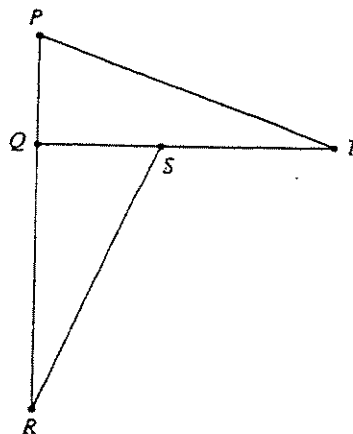
O4

Hvilket av tallene nedenfor får vi hvis vi runder av 89,0638 til nærmeste hundredel?

- A. 100
- B. 90
- C. 89,1
- D. 89,06
- E. 89,064

O8

Trekanten PQT kan roteres (dreies) slik at den dekker trekant SQR .



Om hvilket punkt må trekanten da dreies?

- A. P
- B. Q
- C. R
- D. S
- E. T

P12

På Martins jorde er det 84 rader med kål. Det er 57 kålhoder i hver rad. Hvilket av regnestykkene nedenfor gir det BESTE overslaget over hvor mange kålhoder det er tilsammen?

- A. $100 \cdot 50 = 5000$
- B. $90 \cdot 60 = 5400$
- C. $80 \cdot 60 = 4800$
- D. $80 \cdot 50 = 4000$

P13

Hjertet til et menneske slår omtrent 72 ganger i minuttet. Omtrent hvor mange ganger slår hjertet i løpet av en time?

- A. 420 000
- B. 42 000
- C. 4 200
- D. 420

Q6

Familien Hansen bruker omtrent 6000 liter vann per uke. Omtrent hvor mange liter vann bruker de per år?

- A. 30 000
- B. 240 000
- C. 300 000
- D. 2 400 000
- E. 3 000 000

R7

En bunke med 200 helt like papirark er 2,5 cm tykk. Hva er tykkelsen til ett ark?

- A. 0,008 cm
- B. 0,0125 cm
- C. 0,05 cm
- D. 0,08 cm

11

Elevene i en klasse har tilsammen 29 blyanter, og alle har minst 1 blyant hver. Seks elever har 1 blyant hver, 5 elever har 3, og resten av elevene har 2 blyanter hver. Hvor mange elever har bare 2 blyanter?

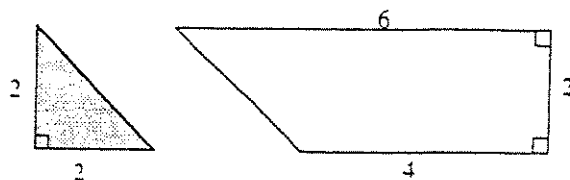
- A. 4
- B. 6
- C. 8
- D. 9

R12

Regn ut: $6000 - 2369$

- A. 4369
- B. 3742
- C. 3631
- D. 3531

R10



Hvor mange slike trekanten som den skyggelagte trenger vi for å dekke trapeset?

- A. Tre
- B. Fire
- C. Fem
- D. Seks

T2

Du har to esker med kvadratformede brikker til å lage mønster med. Hver brikke er satt sammen av 4 små ruter.

Alle brikkene i eske 1 ser slik ut:



Alle brikkene i eske 2 ser slik ut:



I det mønsteret vi ønsker å lage, er det to brikker fra eske 1 for hver brikke fra eske 2.

- a. Hvis vi bruker 60 brikker fra eske 2, hvor mange brikker trenger vi da til sammen fra begge eskene for å lage mønsteret vårt?

Svar: _____

- b. Hvor stor brøkdel av de små rutene i dette mønsteret er svarte?

Svar: _____